

### Третий тур. 10 класс.

1. Натуральные числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  таковы, что  $a^2 + bc + ac = 15 - ab$ . Найдите все возможные значения  $a$ ,  $b$  и  $c$ .
2. Найдите все  $x$  из интервала  $(0, \frac{\pi}{2})$  такие, что:

$$\frac{-1}{\sin x} + \frac{\sqrt{3}}{\cos x} = 4$$

3. Сколько всего различных чисел в последовательности:

$$\left[ \frac{1^2}{2015} \right], \left[ \frac{2^2}{2015} \right], \dots, \left[ \frac{2015^2}{2015} \right]?$$

(через  $[x]$  обозначается целая часть числа  $x$  — наибольшее целое число, не превосходящее  $x$ )

4. В Табулистане есть столица и ещё 1893 города, занумерованных числами от 1 до 1893. Столица соединена дорогой со всеми городами. Кроме того, первый соединен со вторым, второй с третьим, третий с четвертым,  $\dots$ , 1892-ий с 1893-им, 1893-ий с первым. Король и премьер-министр играют в игру. Каждый своим ходом устраивает праздник в свою честь в двух соединенных дорогой городах, где до этого праздника не устраивалось. Проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход. Кто выигрывает независимо от ходов соперника, если начинает король?
5. В треугольнике  $ABC$  на стороне  $AC$  выбрана точка  $D$ . Известно, что  $\angle CBD - \angle ABD = 60^\circ$ ,  $\angle BDC = 30^\circ$  и  $AB \cdot BC = BD^2$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ .