

Физико-математическое отделение. Москва Март 2014.
Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс.
Продолжительность экзамена 120 минут.

Вариант I

1. Найдите площадь фигуры, расположенной на координатной плоскости и состоящей из точек с координатами (x, y) , удовлетворяющих неравенству $|x| + 2|-y| \leq 1$.
2. На конкурсе новогодних рисунков детям выдали некоторое количество чистых листов бумаги. На одних листах дети нарисовали только Деда Мороза, на других – только Снегурочку, на третьих - Деда Мороза и Снегурочку вместе, а 20 листов остались чистыми. Среди всех рисунков изображение Деда Мороза можно увидеть на 85% рисунков, а на 60% рисунков они были нарисованы вместе. Доля тех листов, на которых имеется изображение Снегурочки, от общего числа выданных листов бумаги составила $\frac{25}{34}$. Сколько всего листов было выдано детям?
3. В выпуклом 4-угольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке M , причем $CM=DM$. Найдите угол между прямой CD и биссектрисой угла $\angle BAC$, если известен угол $\angle ABM=78^\circ$.
4. Пусть S_m – сумма первых m членов арифметической прогрессии. Найти n – число членов этой прогрессии и ее первый член, если известно, что $S_n = 90$, $\frac{S_1}{1} + \frac{S_2}{2} + \dots + \frac{S_n}{n} = 60$ и разность прогрессии равна 4.
5. Пусть x_1, x_2 – корни квадратного уравнения $x^2 - x - 3 = 0$. Известно, что $x_1^5 + 19x_2$ является целым числом. Найдите это число.

Физико-математическое отделение. Москва Март 2014.
Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс.
Продолжительность экзамена 120 минут.

Вариант II

1. Найдите площадь фигуры, расположенной на координатной плоскости и состоящей из точек с координатами (x, y) , удовлетворяющих неравенству $3|-x| + |y| \leq 1$.
2. На конкурсе «В гостях у сказки» детям выдали некоторое количество чистых листов бумаги. На одних листах дети нарисовали только Кошечку Бессмертного, на других только Бабу Ягу, на третьих - Кошечку Бессмертного и Бабу Ягу вместе, а 30 листов остались чистыми. Среди всех рисунков изображение Кошечки можно увидеть на 65% рисунков, а на 15% рисунков они были нарисованы вместе. Доля тех листов, на которых имеется изображение Бабы Яги, от общего числа выданных листов бумаги составила $\frac{7}{16}$. Сколько всего листов было выдано детям?
3. В выпуклом 4-угольнике $KLMN$ диагонали пересекаются в точке P , причем $PM=PN$. Найдите угол между прямой MN и биссектрисой угла $\angle LKM$, если известен угол $\angle KLP=68^\circ$.
4. Пусть S_m – сумма первых m членов арифметической прогрессии. Найти n – число членов этой прогрессии и ее первый член, если известно, что $S_n = 65$, $\frac{S_1}{1} + \frac{S_2}{2} + \dots + \frac{S_n}{n} = 50$ и разность прогрессии равна 3.
5. Пусть t_1, t_2 – корни квадратного уравнения $t^2 - t - 4 = 0$. Известно, что $t_1^5 + 29t_2$ является целым числом. Найдите это число.

Химико-биологическое отделение. Москва. Март 2014.
Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс.
Продолжительность экзамена 120 минут.

Вариант I

1. На одних листах бумаги был нарисован только Дед Мороз, на других только Снегурочка, на третьих - Дед Мороз и Снегурочка вместе. Среди этих рисунков изображение Деда Мороза можно увидеть на 85% листах бумаги, а на 60% листах они были нарисованы вместе. Снегурочка была изображена на 150 рисунках. Сколько всего было рисунков?
2. Найдите площадь фигуры, расположенной на координатной плоскости и состоящей из точек с координатами (x, y) , удовлетворяющих неравенству $|x| + 2|-y| \leq 1$.
3. Сумма четвертого, пятого и седьмого членов арифметической прогрессии на 24 больше суммы первого, третьего и шестого членов. Определить, на сколько сумма первых четырех членов этой прогрессии меньше суммы членов с пятого по восьмой включительно.
4. В выпуклом 4-угольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке M , причем $CM=DM$. Найдите угол между прямой CD и биссектрисой угла $\angle BAC$, если известен угол $\angle ABM=44^\circ$.
5. Пусть x_1, x_2 — корни квадратного уравнения $x^2 - x - 3 = 0$. Известно, что $x_1^3 + 4x_2$ является целым числом. Найдите это число.

Химико-биологическое отделение. Москва. Март 2014.
Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс.
Продолжительность экзамена 120 минут.

Вариант II

1. На одних листах бумаги был нарисован только Кощей Бессмертный, на других только Баба Яга, на третьих - Кощей и Баба Яга вместе. Среди этих рисунков изображение Кощей можно увидеть на 65% листах бумаги, а на 15% листах они были нарисованы вместе. Баба Яга была изображена на 80 рисунках. Сколько всего было рисунков?
2. Найдите площадь фигуры, расположенной на координатной плоскости и состоящей из точек с координатами (x, y) , удовлетворяющих неравенству $3|-x| + |y| \leq 1$.
3. Сумма первого, пятого и шестого членов арифметической прогрессии на 21 больше суммы третьего, седьмого и девятого членов. Определить, на сколько сумма первых пяти членов этой прогрессии больше суммы членов с шестого по десятый включительно.
4. В выпуклом 4-угольнике $KLMN$ диагонали пересекаются в точке P , причем $PM=PN$. Найдите угол между прямой MN и биссектрисой угла $\angle LKM$, если известен угол $\angle KLP=66^\circ$.
5. Пусть t_1, t_2 — корни квадратного уравнения $t^2 - t - 4 = 0$. Известно, что $t_1^3 + 5t_2$ является целым числом. Найдите это число.

Физико-математическое отделение. Москва. Март 2014.
Письменная работа по математике для поступающих в 11 класс
Продолжительность экзамена 120 минут.
Вариант I

1. Найдите площадь множества, состоящего из точек с координатами (x, y) , удовлетворяющих системе

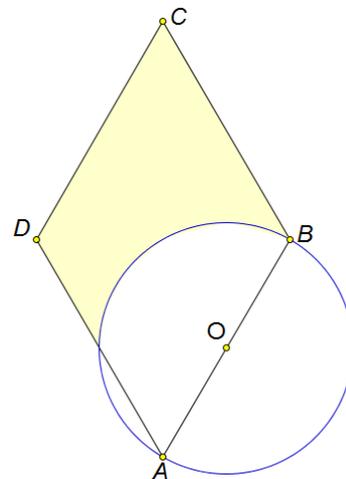
неравенств
$$\begin{cases} |x| - |y| \geq 1 \\ |x| \leq 2 \end{cases}.$$

2. При каких значениях a сумма всех целых чисел на отрезке $[a; a + 37,5]$ равна нулю?

3. Дан ромб $ABCD$ со стороной $AB=12$ и углом $\angle BAD=60^\circ$. На стороне AB как на диаметре построена окружность (см. рис.), найти площадь части ромба, расположенной вне окружности.

4. Найти хотя бы одну геометрическую прогрессию со знаменателем $q=3$, удовлетворяющую условиям: $S_n = 80$, $S_1 + \dots + S_n = 116$, где n – число членов этой прогрессии, а S_m – сумма первых m членов прогрессии.

5. Пусть x_1, x_2 – корни квадратного уравнения $x^2 - x - 3 = 0$. Известно, что $x_1^7 + 97x_2$ является целым числом. Найдите это число.



Физико-математическое отделение. Москва. Март 2014.
Письменная работа по математике для поступающих в 11 класс
Продолжительность экзамена 120 минут.
Вариант II

1. Найдите площадь множества, состоящего из точек с координатами (x, y) , удовлетворяющих системе

неравенств
$$\begin{cases} |y| - |x| \geq 2 \\ |y| \leq 4 \end{cases}.$$

2. При каких значениях b сумма всех целых чисел на отрезке $[b - 27,5; b]$ равна нулю?

3. Дан ромб $KLMN$ со стороной $KL=8$ и углом $\angle LKN=120^\circ$. На стороне KL как на диаметре построена окружность (см. рис.), найти площадь части ромба, расположенной вне окружности.

4. Найти хотя бы одну геометрическую прогрессию со знаменателем $q=2$, удовлетворяющую условиям: $S_n = 189$,
 $S_1 + \dots + S_n = 360$, где n – число членов этой прогрессии, а S_m – сумма первых m членов прогрессии.

5. Пусть t_1, t_2 – корни квадратного уравнения $t^2 - t - 4 = 0$.

Известно, что $t_1^5 + 181t_2$ является целым числом. Найдите это число.

