

Физико-математическое отделение. Москва. Май 2014.

Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс.

Вариант 1

1. Миша, Петя, Коля и Вася решали задачу по алгебре и получили четыре разных ответа:

Миша $\frac{1}{3+2\sqrt{2}}$; Петя $\frac{17-12\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}$; Коля $\sqrt{17-6\sqrt{8}}$; Вася $1-3\sqrt{3-2\sqrt{2}}$.

Учитель сказал, что три ответа правильные, а один – нет. Определите, кто совершил ошибку, и обоснуйте ваши рассуждения.

2. Посчитать количество всех положительных несократимых дробей со знаменателем 165 и числителем, не превосходящим 330?

3. В остроугольном треугольнике ABC высота AH равна медиане BM , а две оставшиеся высоты не превосходят BM . Какое наибольшее значение может принимать угол ABC при этих условиях?

4. Параболы $y = x^2 + p_1x + q_1$ и $y = x^2 + p_2x + q_2$ пересекают ось OX в точках, в которых сумма и произведение координат на оси OX этих точек равны нулю. Одна из парабол пересекает ось OX в точке $x = 1$, а другая пересекает ось OY в точке $y = \frac{1}{10}$.

Напишите уравнения этих парабол.

5. Сумма четырех неотрицательных чисел a, b, c, d равна 28. Чему равно наибольшее значение $S = ab + cd$ при этом условии?

Ответы:

1) Ответ: Ошибка у Васи.

2) Ответ: 160.

3) Ответ 60° .

4). Ответ: $y = x^2 - x$, $y = x^2 + x + \frac{1}{10}$

5) Ответ 196.

Вариант 2

1. Гриша, Ваня, Юра и Игорь решали задачу по алгебре и получили четыре разных ответа:

Гриша $\frac{1}{3-2\sqrt{2}}$; Ваня $\frac{17+12\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}$; Юра $\sqrt{17-6\sqrt{8}}$; Игорь $1+2\sqrt{3+2\sqrt{2}}$.

Учитель сказал, что три ответа правильные, а один – нет. Определите, кто совершил ошибку, и обоснуйте ваши рассуждения.

2. Посчитать количество всех положительных несократимых дробей со знаменателем 385 и числителем, не превосходящим 770?

3. Высота BH остроугольного треугольника ABC равна медиане AM , а две оставшиеся высоты не превосходят AM . Какое наибольшее значение может принимать угол BAC при этих условиях?

4. Параболы $y = x^2 + p_1x + q_1$ и $y = x^2 + p_2x + q_2$ пересекают ось OX в точках, в которых сумма и произведение координат на оси OX этих точек равны нулю. Одна из парабол пересекает ось OX в точке $x = 2$, а другая пересекает ось OY в точке $y = \frac{1}{20}$.

Напишите уравнения этих парабол.

5. Сумма четырех неотрицательных чисел x, y, z, h равна 24. Чему равно наибольшее значение $V = xy + zh$ при этом условии?

Ответы:

1. Ошибка у Юры.

2. 480.

3. Ответ 60°

4. $y = x^2 - 2x$, $y = x^2 + 2x + \frac{1}{20}$

5. 144.

Физико-математическое отделение. Москва. Май 2014.

Письменная работа по математике для поступающих в 11 класс.

Вариант 1

1. Расстояние между точками пересечения параболы $y = x^2 + 3ax - 4$ и оси OX равно расстоянию между точками, в которых парабола $y = x^2 + ax - 20$ пересекает ось OX . Найдите a .
2. Найдите четыре целых значения x , для которых выражение $x^2 + x + 10$ является квадратом целого числа.
3. В треугольник со сторонами $AB=6$, $BC=7$ и $AC=8$ вписана окружность с центром O . Найдите длину отрезка AO .
4. Выписаны все числа от 1 до 837. Сколько раз в этой записи встречается цифра 0?
5. Сумма шести неотрицательных чисел a, b, c, d, e, f равна 34. Чему равно наибольшее значение $S = ab + cd + ef$ при этом условии?

Ответы:

1. Ответ $a = \pm 2\sqrt{2}$.
2. Ответ: $-10, -3, 2, 9$
3. Ответ $AO=4$.
4. Ответ 163.
5. Ответ: 289.

Вариант 2

1. Расстояние между точками, в которых парабола $y = x^2 + 5px - 2$ пересекает ось OX , равно расстоянию между точками, в которых парабола $y = x^2 + px - 20$ пересекает ось OX . Найдите p .
2. Найдите четыре целых значения n , для которых выражение $n^2 + n + 13$ является квадратом целого числа.
3. В треугольник со сторонами $AB=8$, $BC=13$ и $AC=18$ вписана окружность с центром O . Найдите длину отрезка AO .
4. Выписаны все числа от 17 до 912. Сколько раз в этой записи встречается цифра 0?
5. Сумма шести неотрицательных чисел x, y, z, h, p, q равна 38. Чему равно наибольшее значение $U = xy + zh + pq$ при этом условии?

Ответы:

1. $a = \pm\sqrt{3}$
2. Ответ: $-13, -4, 3, 12$ ($x^2 + x + 13$.)
3. $8\sqrt{3}$
4. Ответ 180. (заменить 1 на 17, 837 на 912)
5. 361

Химико-биологическое отделение. Москва. Май 2014.
Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс.
Вариант 1

1. Решить неравенство

$$x < \frac{1814 \times 2014}{x} + 200.$$

2. Миша, Петя, Коля и Вася решали задачу по алгебре и получили четыре разных ответа:

Миша $\frac{1}{3 + 2\sqrt{2}}$; Петя $\frac{17 - 12\sqrt{2}}{3 - 2\sqrt{2}}$; Коля $\sqrt{17 - 6\sqrt{8}}$; Вася $1 - 3\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$.

Учитель сказал, что три ответа правильные, а один – нет. Определите, кто совершил ошибку, и обоснуйте ваши рассуждения

3. Периметр прямоугольного треугольника равен 40, а косинус острого угла равен $\frac{15}{17}$.

Найти его площадь.

4. Посчитать количество всех положительных несократимых дробей со знаменателем 165 и числителем, не превосходящим 330?

5. Сумма четырех неотрицательных чисел a, b, c, d равна 28. Чему равно наибольшее значение $S = ab + cd$ при этом условии?

Решения и ответы:

1. Ответ $(-\infty, -1814) \cup (2014, +\infty)$

2. Ответ: Ошибка у Васи.

3. $S=60$.

4. Ответ: 160.

5. Ответ 196

Вариант 2

1. Решить неравенство

$$x < \frac{2314 \times 2014}{x} + 300.$$

2. Гриша, Ваня, Юра и Игорь решали задачу по алгебре и получили четыре разных ответа:

$$\text{Гриша } \frac{1}{3-2\sqrt{2}}; \text{ Ваня } \frac{17+12\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}; \text{ Юра } \sqrt{17-6\sqrt{8}}; \text{ Игорь } 1+2\sqrt{3+2\sqrt{2}}.$$

Учитель сказал, что три ответа правильные, а один – нет. Определите, кто совершил ошибку, и обоснуйте ваши рассуждения.

3. Найти площадь прямоугольного треугольника, если его периметр равен 30, а синус острого угла равен $\frac{12}{13}$.

4. Посчитать количество всех положительных несократимых дробей со знаменателем 385 и числителем, не превосходящим 770?

5. Сумма четырех неотрицательных чисел x, y, z, h равна 24. Чему равно наибольшее значение $V = xy + zh$ при этом условии?

Ответы:

1. Ответ $(-\infty, -2014) \cup (2314, +\infty)$

2. У Юры.

3. $S = 78$

4. 480

5. 144