Физико-математическое отделение. Апрель 2014.
Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс.
Продолжительность экзамена 120 минут.
Вариант 1

1. Различные действительные числа x и y таковы, что $\frac{x}{y}+2x=\frac{y}{x}+2y$.

Чему равно выражение $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$?

2. Произведение цифр двузначного натурального числа больше суммы цифр на 5. Найти все такие числа.

3. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} xy(x+y)=30 \\ x^3+y^3=35 \end{cases}$$

4. В трапеции ABCD с основаниями AD и BC биссектриса острого угла B перпендикулярна стороне CD, пересекает ее в точке E, и делит ее на отрезки DE и EC, один из которых в четыре раза больше другого. Найти площадь трапеции, если площадь четырехугольника ABED равна 23.

5. Найти все такие пары чисел (x,y), что выражение
$$\sqrt{(x-2)^2+y^2}+\sqrt{x^2+(y-4)^2}+\sqrt{(x-4)^2+(y-3)^2}+\sqrt{(x+2)^2+(y-1)^2}$$
принимает минимальное значение.

Физико-математическое отделение. Апрель 2014.
Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс.
Продолжительность экзамена 120 минут.
Вариант 2

1. Различные действительные числа x и y таковы, что $\frac{x}{y}-3x=\frac{y}{x}-3y$.

Чему равно выражение $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$?

2. Произведение цифр двузначного натурального числа больше суммы цифр на 7. Найти все такие числа.
3. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} xy(x-y)=-12 \\ x^3-y^3=28. \end{cases}$$

4. В трапеции MTKN с основания MN и KT перпендикуляр из вершины угла T пересекает сторону NK в точке P и делит ее на отрезки, один из которых в пять раз больше другого. Известно, что $\angle MTP=\angle KTP$. Найти площадь четырехугольника MNPT, если площадь трапеции равна 42.

5. Найти все такие пары чисел (x,y), что выражение
$$\sqrt{(x-4)^2+(y-3)^2}+\sqrt{x^2+(y+1)^2}+\sqrt{(x+2)^2+(y-3)^2}+\sqrt{(x-6)^2+(y+1)^2}$$
принимает минимальное значение.

Физико-математическое отделение. Апрель 2014.
Письменная работа по математике для поступающих в 11 класс.
Продолжительность экзамена 120 минут.
Вариант 1

1. Про натуральное четное число n известно, что его последняя цифра не равна нулю и совпадает с последней цифрой числа n^{2014}. На какую цифру оканчивается число n?
2. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} yz+5xz-6xy=-2x \\ 2yz+9xz-9xy=-12x \\ xz-2xy=6x \end{cases}$$

3. Найти наибольшее значение выражения $\sin^2\alpha+\cos^6\alpha$.

4. В треугольнике ABC точка C_1 делит сторону AB в отношении $AC_1:C_1B=2:5$. На отрезке CC_1 взята точка O. Через точку O проведена прямая, параллельная стороне AC и пересекающая сторону AB в точке H, а сторону BC – в точке E. Площадь треугольника ABC равна 49. Сумма площадей треугольников C_1OH и COE равна 16. Найти отношение $C_1O:C_1C$.

5. Найти все такие пары чисел (x,y), что выражение
$$\sqrt{(x-2)^2+(y-3)^2}+\sqrt{(x-4)^2+(y-2)^2}+\sqrt{(x-2)^2+(y+1)^2}+\sqrt{(x+2)^2+(y+1)^2}$$
принимает минимальное значение.

Физико-математическое отделение. Апрель 2014.
Письменная работа по математике для поступающих в 11 класс.
Продолжительность экзамена 120 минут.
Вариант 2

1. Про натуральное нечетное число n известно, что его последняя цифра не равна единице и совпадает с последней цифрой числа n^{2014}. На какую цифру оканчивается число n?

2. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} -2yz+2xz+xy=-10z \\ -4yz+3xz=6z \\ 23yz-16xz-3xy=-z \end{cases}$$

3. Найти наибольшее значение выражения $\cos^2\alpha+\sin^6\alpha$.

4. В треугольнике PQR точка R_1 делит сторону PQ в отношении $PR_1:R_1Q=1:3$. На отрезке RR_1 взята точка O. Через нее проведена прямая, параллельная стороне PR и пересекающая сторону PQ в точке A, а сторону QR – в точке C. Площадь треугольника PQR равна 112. Сумма площадей треугольников R_1OA и ROC равна 13. Найти отношение $R_1O:R_1R$.

5. Найти все такие пары чисел (x,y), что выражение
$$\sqrt{(x+3)^2+(y-2)^2}+\sqrt{(x-2)^2+(y-3)^2}+\sqrt{(x-3)^2+(y+1)^2}+\sqrt{(x+4)^2+(y+1)^2}$$
принимает минимальное значение.