Физико-математическое отделение. Москва. Июнь 2014.
Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс

Вариант I

1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (5x-1)(3y+2)=(2x+1)(9y-2), \\ (3x+2)(2y-9)=-(x+2)(y+9) \end{cases}$$

2. Найдите количество чисел от 10 до 50 (включительно), имеющих ровно два нечетных положительных делителя (и произвольное количество четных делителей).

Например, число 12 делится на 1, 2, 3, 4, 6 и 12, причем ровно два из делителей: 1 и 3 – нечетные.

3. В треугольнике *ABC* на стороне *AB* выбраны точки *K* и *L*, так, что *AK* = *KL* = *LB*, а на стороне *BC* - точки *M* и *N*, так, что *BM:MN:NC*=1:2:1. Найдите площадь треугольника *ABC*, если известно, что площадь четырехугольника *KLMN* равна 20.

4. Даны два числа $a=2,5\sqrt[9]{0,4}$ и $b=0,4\sqrt[9]{2,5}$. Определите, какое из этих чисел расположено ближе к единице на числовой оси. Ответ обоснуйте.

5. Найдите все значения параметра a, при которых разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y=x(|x|-2)$ на отрезке $[a,a+2]$ достигает наименьшего значения.

Физико-математическое отделение. Москва. Июнь 2014.
Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс

Вариант II

1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (2-3x)(5y-1)=-(9x+2)(2y+1), \\ -(2x+9)(3y+2)=(x-9)(y+2) \end{cases}$$

2. Найдите количество чисел от 20 до 60(включительно), имеющих ровно два нечетных положительных делителя (и произвольное количество четных делителей).

Например, число 24 делится на 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 и 24, причем ровно два из делителей: 1 и 3 – нечетные.

3. В треугольнике *KLM* на стороне *KL* выбраны точки *A* и *B*, так, что *KA* =*AB* = *BL*, а на стороне МК – точки *C* и *D*, так, что *MC:CD:DK*=1:1:2. Найдите площадь треугольника *KLM*, если известно, что площадь четырехугольника *ABCD* равна 24.

4. Даны два числа $p=1,25\cdot\sqrt[7]{0,8}$ и $q=0,8\cdot\sqrt[7]{1,25}$. Определите, какое из этих чисел расположено ближе к единице на числовой оси. Ответ обоснуйте.

5. Найдите все значения параметра b, при которых разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y=x(|x|-2)$ на отрезке $[b-2,b]$ достигает наименьшего значения.

Физико-математическое отделение. Москва. Июнь 2014.
Письменная работа по математике для поступающих в 11 класс

Вариант I

1. Три числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если среднее увеличить на 6, то эти числа будут образовывать арифметическую прогрессию. Первое число равно 3, найдите оставшиеся два.

2. Найдите все целочисленные решения системы:

$$\begin{cases} \dfrac{m-17}{n-17} = m-k \\ \dfrac{m-17}{k-17} = m-n \end{cases}.$$

3. Трапеция $ABCD$ вписана в окружность. Найдите радиус этой окружности, если известна боковая сторона AB=4 и угол между диагоналями, равный 60°.

4. На координатной плоскости даны точки A(2,1) и B(-1, 2). Найдите координаты точек M и N, расположенных на прямых y=0 и y=5, соответственно, таких, что длина ломаной $AMNB$ наименьшая возможная.

5. Найдите все значения параметра p, при которых разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = x(|x|-2)$ на отрезке $[p-3, p]$ достигает наименьшего значения.

Физико-математическое отделение. Москва. Июнь 2014.
Письменная работа по математике для поступающих в 11 класс

Вариант II

1. Три числа образуют убывающую арифметическую прогрессию. Если второе число заменить на разность между ним и третьим числом, то они будут образовывать геометрическую прогрессию. Найдите второе и третье числа, если известно, что первое равно 3.

2. Найдите все целочисленные решения системы:

$$\begin{cases} \dfrac{a-23}{b-23} = a-c \\ \dfrac{a-23}{c-23} = a-b \end{cases}.$$

3. Трапеция $KLMN$ вписана в окружность. Найдите радиус этой окружности, если известна боковая сторона KL=6 и угол между диагоналями, равный 60°.

4. На координатной плоскости даны точки M(0,-1) и N(3,-4). Найдите координаты точек A и B, расположенных на прямых y=0 и y=-6, соответственно, таких, что длина ломаной $MABN$ наименьшая возможная.

5. Найдите все значения параметра a, при которых разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = x(|x|-2)$ на отрезке $[a, a+3]$ достигает наименьшего значения.

Химико-биологическое отделение. Москва. Июнь 2014.
Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс

Вариант I

1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (5x-1)(3y+2)=(2x+1)(9y-2), \\ (3x+2)(2y-9)=-(x+2)(y+9) \end{cases}$$

2. Найдите количество чисел от 20 до 35 включительно, имеющих ровно два нечетных положительных делителя (и произвольное количество четных делителей).

Например, число 12 делится на 1, 2, 3, 4, 6 и 12, причем ровно два из делителей: 1 и 3 – нечетные.

3. В треугольнике *ABC* на стороне *AB* выбраны точки *K* и *L*, так, что *AK* = *KL* = *LB*, а на стороне *BC* - точка *M* так, что *BM*:*MC*=2:1. Найдите площадь треугольника *ABC*, если известно, что площадь треугольника *KLM* равна 16.

4. Даны два числа $a=2\sqrt[9]{0,5}$ и $b=0,5\sqrt[9]{2}$. Определите, какое из этих чисел расположено ближе к единице на числовой оси. Ответ обоснуйте.

5. Найдите все значения параметра a, при которых наименьшее значение функции $|x|+|x+a|+|x-2a|$ равно 7.

Химико-биологическое отделение. Москва. Июнь 2014.
Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс

Вариант II

1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (2-3x)(5y-1)=-(9x+2)(2y+1), \\ -(2x+9)(3y+2)=(x-9)(y+2) \end{cases}$$

2. Найдите количество чисел от 25 до 40 включительно, имеющих ровно два нечетных положительных делителя (и произвольное количество четных делителей).

Например, число 24 делится на 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 и 24, причем ровно два из делителей: 1 и 3 – нечетные.

3. В треугольнике *KLM* на стороне *KL* выбраны точки *A* и *B*, так, что *KA* =*AB* = *BL*, а на стороне МК – точка *C*, так, что *MC*:*CK*=3:1. Найдите площадь треугольника *KLM*, если известно, что площадь треугольника *ABC* равна 12.

4. Даны два числа $p=4\cdot\sqrt[7]{0,25}$ и $q=0,25\cdot\sqrt[7]{4}$. Определите, какое из этих чисел расположено ближе к единице на числовой оси. Ответ обоснуйте.

5. Найдите все значения параметра *b*, при которых наименьшее значение функции $|x|+|x-b|+|x+3b|$ равно 11.