Седьмой класс

1. В равнобедренном треугольние сумма углов при основании в пять раз больше угла при вершине. Найдите величину угла при основании в градусах.

Решение. Пусть величина угла при основании равна α . Тогда угол при вершине равен $180^{\circ} - 2\alpha$. Из условия получаем уравнение $2\alpha = 5(180^{\circ - 2\alpha})$, откуда получаем $\alpha = 75^{\circ}$.

Ответ. 75°.

2. Чему равен коэффициент при x^2 в многочлене $(x-2)(x^2+x+4)(x+2)$?

Решение. Частично раскроем скобки $(x-2)(x+2)(x^2+x+4)=(x^2-4)(x^2+x+4)$. Моном x^2 получится из двух компонент $x^2 \cdot 4$ и $-4 \cdot x^2$, то есть коэффициент будет равен 0.

Ответ. 0.

3. Сколько чисел от 1 до 90 делятся на 2, но не делятся на 4?

Решение. Делящихся на два ровно половина, то есть 45 штук. На 4 делится каждое четвертое, а таких 88/4 = 22. Остается 23 числа.

Ответ. 23.

Восьмой класс

1. У уравнения $x^2 - ax + 2$ оба корня являются натуральными числами. Чему равно a?

Решение. По теореме Виета, произведение корней равно 2. Есть только одна пара натуральных чисел с таким произведением — 1 и 2. Но тогда a=3.

Ответ. 3.

2. Сколько натуральных чисел от 1 до 197 делятся и на 3, и на 5?

Решние. Делимость и на 3, и на 5 — то же самое, что делимость на 15. Таких чисел каждое пятнадцатое, то есть 180/15 = 12.

Ответ. 13.

3. Катеты прямоугольного треугольника равны 8 и 6. Чему равен радиус описанной окружности этого треугольника?

Решение. Гипотенуза является диаметром описанной окружности и равна в данном случае 10 по теореме Пифагора. Значит, радиус равен 5.

Ответ. 5.