

§1. Элементарная теория чисел.

Контрольная работа.

Все задачи выполняются без калькулятора.

1. В числе $12*45678$ одна цифра заменена на *. Перечислить все цифры, какие можно поставить вместо * так, чтобы число $12*45678$ делилось на 9;
2. В числе $12*45678$ одна цифра заменена на *. Перечислить все цифры, какие можно поставить вместо * так, чтобы число $12*45678$ делилось на 6;
3. Доказать, что следующие числа являются составными:

$$\begin{aligned} &1111, \\ &11111111, \\ &19^{30} + 23^{15}, \\ &2^{13} - 12^5, \\ &4^{15} - 1, \\ &1234554321. \end{aligned}$$

4. Число $\overline{34x5y}$ делится на 36. Найти цифры x, y ;
5. Доказать, что $(n^2 + 2n)(n^2 - 1)$ делится на 24;
6. Доказать, что $m(m^2 + 5)$ делится на 6.
7. Доказать, равенство $\sqrt{\underbrace{11 \dots 11}_{2n} - \underbrace{2 \dots 2}_n} = \underbrace{3 \dots 3}_n$.