

**Специализированный учебно-научный центр -  
факультет МГУ им. М.В. Ломоносова,  
Школа имени А.Н. Колмогорова  
Кафедра физики**

---

Общий физический практикум

Лабораторная работа

**Измерение длин световых волн  
в сплошном спектре с помощью  
дифракционной решетки**

Составитель Т.П. Корнеева.

2013 г.



# Измерение длин световых волн в сплошном спектре с помощью дифракционной решетки

## *Цель работы:*

1. Ознакомление с принципом действия дифракционной решетки.
2. Определение длин волн различных частей сплошного спектра.

## *Приборы и оборудование:*

Прибор для определения длины волны с помощью дифракционной решетки, дифракционная решетка, осветитель, светофильтры.

## Теоретическое введение.

### **1. Физические принципы интерференции волн.**

Пусть есть два источника когерентных волн  $S_1$  и  $S_2$ , которые находятся от точки наблюдения  $M$  на расстояниях  $r_1$  и  $r_2$  соответственно, и пусть колебания, вызываемые этими волнами в т.  $M$ , происходят вдоль одного направления. Тогда результирующее колебание в т.  $M$  представляет собой сумму двух колебаний:

$$U(t) = A_1 \cos(\omega t - kr_1) + A_2 \cos(\omega t - kr_2),$$

где  $k = 2\pi/\lambda$  - волновое число.

Пользуясь методом векторного сложения гармонических колебаний, для амплитуды результирующего колебания получим:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos k|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|.$$

Таким образом, амплитуда результирующего колебания принимает различные значения: от минимального  $|A_1 - A_2|$  до максимального  $(A_1 + A_2)$ . Значение амплитуды колебаний в точке  $M$  определяется значением величины  $\Delta = |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|$ , которую называют «разностью хода» двух волн в т.  $M$ .

В точке М наблюдается интерференционный максимум, т.е. амплитуда принимает максимальное значение, если

$$k \Delta = 2\pi n, \text{ где } n = 0, 1, 2, \dots,$$

и, соответственно, интерференционный минимум, если

$$k \Delta = \pi(2n + 1).$$

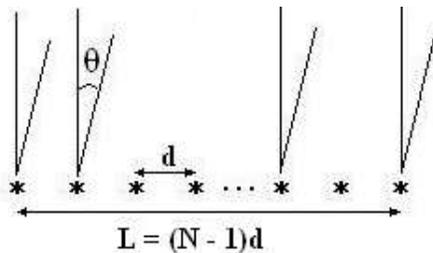
Поскольку  $k = 2\pi/\lambda$ , условию максимума соответствует соотношение  $\Delta = n\lambda$ , ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ), т.е. на разности хода «укладывается» целое число длин волн.

Условие минимума выполняется, если на разности хода «укладывается» ровно нечетное число полуволн:

$$\Delta = (2n + 1) \lambda/2, (n = 0, 1, 2, \dots).$$

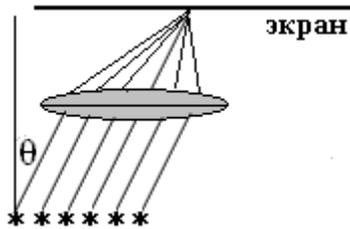
## 2. Интерференция волн от N точечных когерентных источников.

Рассмотрим цепочку расположенных на одной линии и отстоящих на равное расстояние  $d$  друг от друга когерентных осцилляторов. Каждый из них является источником волн, имеющих частоту  $\omega$  и длину волны  $\lambda$ , при этом скорость распространения волны  $c = \lambda\omega/2\pi$ . Интерференцию волн от данной совокупности осцилляторов будем наблюдать на экране, удаленном на очень большое расстояние  $D$  ( $D \gg L$ ).



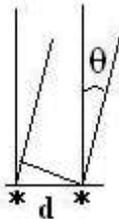
Тогда в заданную точку экрана будут приходить волны, идущие от каждого источника практически в одном направлении (под некоторым углом  $\theta$  к нормали).

Для световых волн те же условия наблюдения можно осуществить и другим способом. Для этого достаточно поместить экран в фокальной плоскости линзы.



Результат интерференции волн от совокупности  $N$  монохроматических источников будем рассматривать, последовательно увеличивая число  $N$ , начиная с  $N = 2$ . Примем для простоты, что между колебаниями различных источников отсутствует сдвиг фаз, и амплитуды колебаний всех источников одинаковы.

Для случая  $N = 2$  результат был получен в предыдущем параграфе. Разность хода двух волн, приходящих в одну точку экрана, зависит от направления на эту точку.



Как видно из рисунка,  $\Delta = d \cdot \sin\theta$ , а разность фаз между колебаниями, происходящими в данной точке экрана, будет равна:

$$\Delta\varphi = k \cdot \Delta = (2\pi/\lambda) \cdot \Delta.$$

В тех точках экрана, куда приходят волны с разностью хода  $0, \lambda, 2\lambda$  и т.д., колебания происходят с разностью фаз

$$\Delta\varphi = 2\pi n \quad (n = 0, 1, 2, \dots),$$

При этом наблюдается интерференционный максимум. Если колебания в каждой волне происходят с амплитудой  $A$ , то амплитуда результирующего колебания будет равна  $2A$ , и при интенсивности каждой волны  $I_0$  интенсивность излучения, наблюдающаяся в точках максимума, будет равна  $4 I_0$ .

В тех точках экрана, куда приходят волны с разностью хода  $\lambda/2, 3\lambda/2$  и т.д., колебания происходят с разностью фаз

$$\Delta\varphi = \pi(2n + 1), (n = 0, 1, 2, \dots).$$

При этом наблюдается интерференционный минимум, а амплитуда результирующего колебания будет равна нулю, так же как и интенсивность приходящего излучения.

Таким образом, при  $N = 2$  интерференционный максимум наблюдается в точках экрана, направления на которые определяются из условия

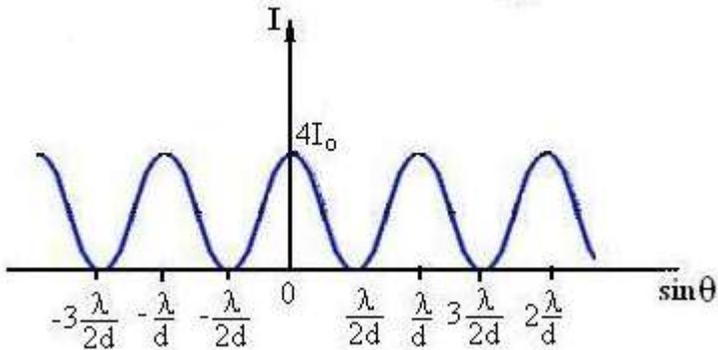
$$\sin\theta = (\lambda/d), 2(\lambda/d), 3(\lambda/d), \dots,$$

а минимум будет в точках, для которых

$$\sin\theta = (\lambda/2d), 3(\lambda/2d), 5(\lambda/2d), \dots$$

При этом интенсивность в точках максимума равна  $4 I_0$ .

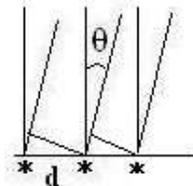
Если положение точки на экране определять величиной  $\sin\theta$ , то интерференционная картина будет выглядеть следующим образом.



### **N = 3.**

В случае трех источников разность хода между волнами от соседних источников по-прежнему определяется соотношением

$$\Delta = d \cdot \sin\theta.$$



Разность фаз колебаний, приходящих в данную точку экрана от соседних источников, равна  $\Delta\varphi = k \cdot \Delta = (2\pi/\lambda) \cdot \Delta$ .

В тех точках экрана, где  $\Delta\varphi = 2\pi n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ), будут интерференционные максимумы (называемые главными), при этом амплитуда результирующего колебания будет равна  $3A$ , а интенсивность приходящего излучения -  $9I_0$ .

Минимумы излучения будут в тех местах экрана, где три колебания, складываясь, дают нулевую амплитуду.

Методом векторного сложения гармонических колебаний легко получить, что амплитуда результирующего колебания равна нулю, если разность фаз колебаний от соседних источников равна  $2\pi/3, 4\pi/3$  и т.д., что соответствует разности хода  $\lambda/3, 2\lambda/3$  и т.д.:



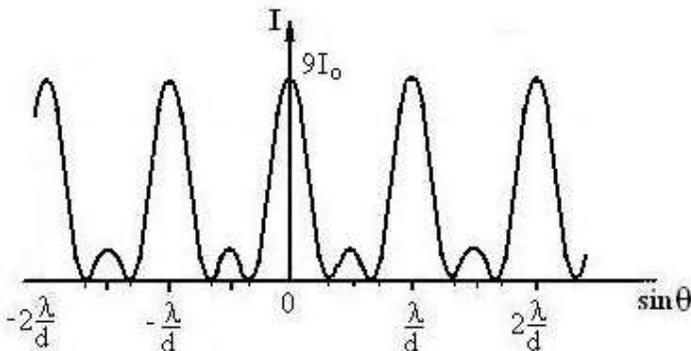
Если же разность фаз колебаний от соседних источников равна  $\pi, 3\pi, \dots, (2n + 1)\pi$  (а разность хода  $\lambda/2, 3\lambda/2, \dots$ ), то результирующее колебание будет иметь амплитуду  $A$  и интенсивность излучения  $I_0$ . Говорят, что в этом месте экрана возникает небольшой побочный максимум.

Итак, для  $N = 3$  положение главных максимумов и минимумов определяется следующим образом.

$$\text{max: } \sin\theta = 0, (\lambda/d), 2(\lambda/d), 3(\lambda/d), \dots,$$

$$\text{min: } \sin\theta = (\lambda/3d), 2(\lambda/3d), 4(\lambda/3d), \dots$$

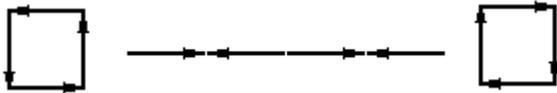
Интерференционная картина принимает вид:



### N = 4.

Повторяя рассуждения предыдущего случая, приходим к выводу, что главные максимумы будут по-прежнему наблюдаться в тех точках экрана, куда приходят волны от соседних источников с разностью хода  $0, \lambda, 2\lambda, \dots n\lambda$ .

Выясним положения минимумов. При сложении четырех колебаний с одинаковыми амплитудами результирующая амплитуда будет равна нулю, если разность фаз между соседними источниками принимает значения  $\pi/2, \pi, 3\pi/2$  и т.д. Это легко проиллюстрировать с помощью векторных диаграмм:

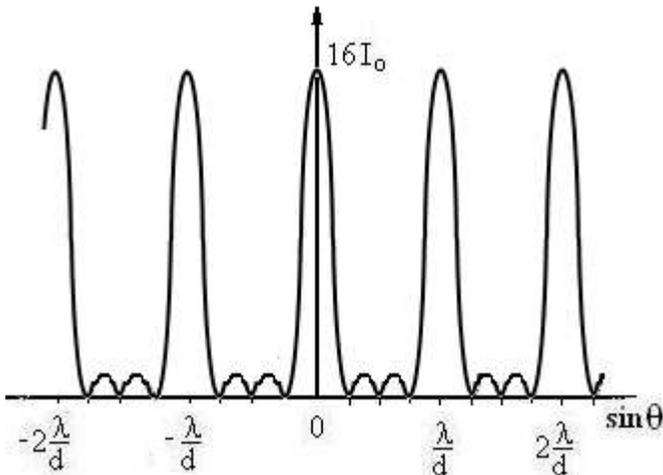


Соответствующая разность хода волн от соседних источников составляет  $\lambda/4, \lambda/2, 3\lambda/4$  и т.д.

Таким образом, для  $N = 4$  положение главных максимумов и минимумов определяется следующим образом.

$$\begin{aligned} \max: \quad \sin\theta &= 0, (\lambda/d), 2(\lambda/d), 3(\lambda/d), \dots, \\ \min: \quad \sin\theta &= (\lambda/4d), (\lambda/2d), 3(\lambda/4d), \dots \end{aligned}$$

Интерференционная картина принимает вид:



На экране в фокальной плоскости линзы возникают яркие интерференционные максимумы: при  $\theta = 0$  – центральный максимум, и, симметрично по отношению к нему, первый, второй и остальные максимумы в направлениях, определяемых условием  $\sin\theta = n(\lambda/d)$ . Интенсивность излучения в интерференционных максимумах в 16 раз превосходит интенсивность излучения одного источника.

Первый минимум возникает в направлении  $\sin\theta = \lambda/4d$ , или, с учетом малости углов, при отклонении от направления на центральный максимум на угол  $\Delta\theta = \lambda/4d$ . Угловая ширина центрального и других главных максимумов составляет  $2(\lambda/4d)$ .

Промежутки между главными максимумами заполняют побочные максимумы с очень маленькой интенсивностью излучения.

Обобщая приведенные выше рассуждения, можно придти к следующему выводу о характере интерференционной картины, создаваемой системой  $N$  когерентных точечных источников.

На экране в фокальной плоскости линзы в тех местах, направления на которые определяются условием  $\sin\theta = n(\lambda/d)$ , наблюдаются яркие главные максимумы, разделенные темными промежутками. Их интенсивность в  $N^2$  раз превосходит интенсивность излучения одного источника. Максимумы имеют очень малую угловую ширину  $\gamma = 2(\lambda/Nd) = 2(\lambda/L)$ .

Примерный вид интерференционной картины:

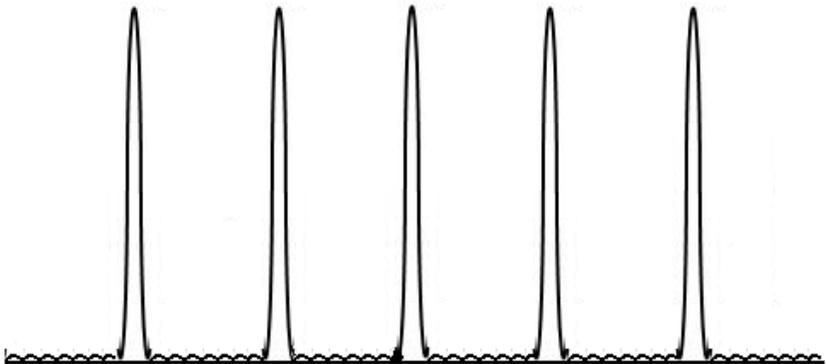


Рис. 1

### 3. Дифракция Фраунгофера на совокупности параллельных щелей.

Когда на узкую щель падает плоская световая волна, возникает явление дифракции, т.е. после прохождения щели волновой фронт меняет свою форму и заходит за края щели. В соответствии с принципом Гюйгенса каждая точка волнового фронта может рассматриваться как источник вторичных волн. Вторичные волны интерферируют между собой, поэтому в разных направлениях интенсивность света, посылаемого щелью, оказывается различной [1]. Такое распределение интенсивности света называют *дифракцией на щели*, и его можно наблюдать, расположив экран в фокальной плоскости линзы, на которую падает свет после прохождения щели.

Если ширина щели равна  $b$ , а свет имеет длину волны  $\lambda$ , график зависимости интенсивности света от величины  $\sin\theta$  (угол  $\theta$  имеет тот же смысл, что и в предыдущем пункте) имеет примерный вид, показанный на рисунке.

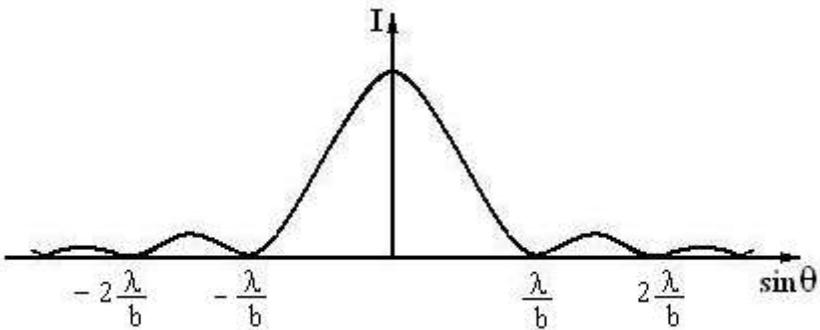


Рис. 2

Если же плоская монохроматическая волна падает на периодическую структуру, состоящую из  $N$  параллельных равноотстоящих щелей равной ширины, то вследствие дифракции каждая щель посылает свет по всем направлениям, и такая структура образует описанную в предыдущем пункте цепочку  $N$  когерентных источников. Отличие состоит в том, что в рассмотренной нами цепочке все источники были *точечными*, т.е. посылали свет одинаково по всем направлениям.

Однако щель не является *точечным источником*, поэтому интенсивность интерференционных максимумов будет различна для разных направлений. Примерный вид распределения интенсивности на экране мы получим, объединив Рис.1 и Рис.2:

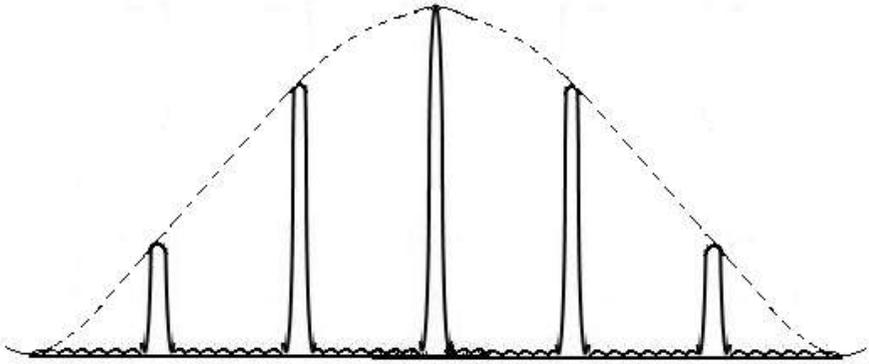


Рис. 3

Заметим, что Рис.3 отражает только принципиальные черты явления. Если ширина щели  $b$  существенно меньше расстояния между щелями  $d$ , уменьшение интенсивности максимумов происходит не столь резко.

#### 4. Дифракционная решетка как спектральный прибор.

Простейшая дифракционная решетка представляет собой пластинку, на которой чередуются узкие прозрачные полосы (щели) и непрозрачные полосы. Такую решетку можно получить, нацарапав на стекле алмазом ряд штрихов, оставив неповрежденными прозрачные участки. Очень хорошие решетки получаются также, если нанести царапины на поверхность хорошо отполированного металлического зеркала. Такие решетки называются *отражательными*. Суммарная ширина прозрачной и непрозрачной полосы (или расстояние между штрихами) называют периодом решетки, обозначают буквой  $d$ , и эта величина соответствует введенному нами ранее расстоянию между когерентными источниками.

При падении на дифракционную решетку плоской монохроматической волны на экране в фокальной плоскости линзы возникает ряд светлых полос, положение которых определяется в соответствии с изложенной ранее теорией:

$$\sin\theta = n(\lambda/d).$$

Интенсивность света в полосах в  $N^2$  раз больше интенсивности, даваемой одной щелью, а угловая ширина  $\gamma = 2(\lambda/Nd) = 2(\lambda/L)$ , где  $L$  – ширина дифракционной решетки.

Если же падающий на решетку свет представляет собой совокупность волн с различными величинами  $\lambda$ , то на экране образуется несколько систем ярких полос различных цветов, т.е. то, что называется *спектром*. В этом спектре положение каждой светлой полосы определяется соответствующей длиной волны  $\lambda$  и величиной  $n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ), называемой *порядком спектра*. Значению  $n = 0$  соответствует яркая белая полоса – центральный максимум для всех длин волн.

На Рис.4 приводится принципиальная схема получения спектра с помощью дифракционной решетки.

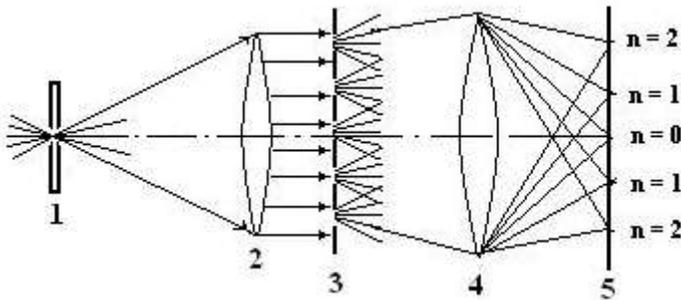


Рис. 4

На рисунке обозначены: **1** – ярко освещенная щель, параллельная штрихам решетки, **2** – линза, дающая параллельный пучок лучей, **3** - дифракционная решетка, **4** – линза, дающая на экране изображение щели, **5** – экран, расположенный в фокальной плоскости линзы, и получающиеся на нем максимумы 0-го, 1-го и 2-го порядков для определенной длины волны.

Спектроскопы и спектрографы, оснащенные дифракционными решетками, дают спектры лучшего качества по сравнению с призмными приборами. Качество спектра в любом приборе определяется в основном двумя параметрами – интенсивностью максимумов (спектральных линий) и тем, насколько хорошо удастся различить близкие по длине волны спектральные линии.

Угловое расстояние между близкими спектральными линиями характеризует *дисперсия*  $D$ :

$$D = \frac{\delta\theta}{\delta\lambda}$$

Из условия максимумов  $d \cdot \sin\theta = n\lambda$  простым дифференцированием получим:

$$d \cos\theta \cdot \delta\theta = n \cdot \delta\lambda,$$

откуда следует:

$$D = \frac{\delta\theta}{\delta\lambda} = \frac{n}{d \cos\theta}.$$

Таким образом, линии отстоят друг от друга тем дальше, чем меньше период решетки и чем больше порядок спектра.

Однако возможность различить (или разрешить) две близкие линии определяется не только расстоянием между максимумами, но и шириной спектральных линий. Такую возможность характеризует *разрешающая способность* дифракционной решетки.

Пусть в каком-либо спектре присутствуют линии с длиной волны  $\lambda_1 = \lambda$  и  $\lambda_2 = \lambda + \Delta\lambda$ .

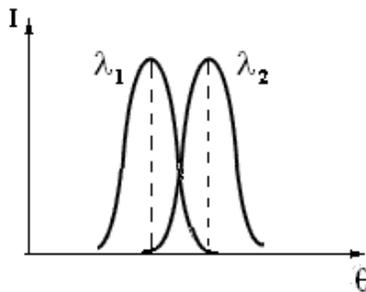


Рис. 5

Рэлей ввел критерий, согласно которому две спектральные линии считаются разрешимыми, если максимум интенсивности одной линии совпадает с минимумом другой (Рис.5).

Для линии  $\lambda_2$  условие максимума запишется в виде

$$d \sin\theta_{\max} = n\lambda_2,$$

а для линии  $\lambda_1$  условие ближайшего минимума в том же порядке спектра есть:

$$d \sin\theta_{\min} = n\lambda_1 + \lambda_1/N.$$

В соответствии с критерием Рэрея  $\theta_{\max} \geq \theta_{\min}$ , и две линии можно различить, если  $n\Delta\lambda \geq \lambda/N$ .

Если ввести величину *разрешающей способности* решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda},$$

то, как было показано выше,

$$R = nN.$$

Таким образом, разрешающая способность решетки повышается при увеличении общего числа штрихов и при возможности наблюдения спектров более высокого порядка. Максимальный порядок спектра  $n_{\max} = d/\lambda$ , откуда следует, что максимальная разрешающая способность решетки есть

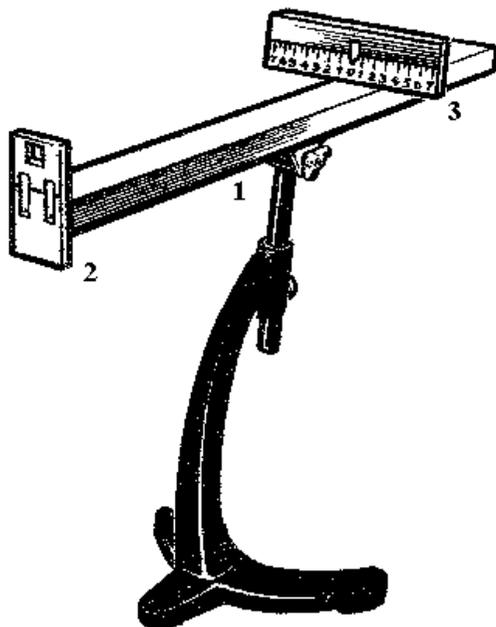
$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nd/\lambda = L/\lambda.$$

При этом следует отметить, что с ростом порядка спектра интенсивность максимумов падает, поэтому на практике используют спектры второго или третьего порядков.

В заключение этого раздела заметим, что хорошие дифракционные решетки должны иметь большое число штрихов и малый период решетки. В современных решетках общее число штрихов может превышать 100000 (ширина решетки 100 мм, число полос до 1200 на миллиметр).

## Экспериментальная часть.

### 1. Описание установки.



*Рис. 6*

Прибор для определения длины волны с помощью дифракционной решетки.

Прибор представляет собой рейсшину **1**, на одном торце которой укреплена кассета **2**, в которую вставляют дифракционную решетку. Поперек рейсшины расположена ширма **3** с узкой щелью. В нижней части ширмы нанесена линейная шкала с нулем посередине.

Если за ширмой поставить лампу накаливания, то при рассматривании щели через дифракционную решетку мы увидим ярко освещенную щель, а по обе стороны от нее симметрично расположенные разноцветные полосы. Эти полосы

представляют собой сплошные дифракционные спектры излучения лампы накаливания.

При таком способе наблюдения роль линзы, собирающей в одну точку параллельный пучок лучей, идущих под углом  $\theta$  к направлению на щель, играет оптическая система глаза, а экраном является сетчатка глаза.

## **2. Определение длин волн, соответствующих определенным цветам сплошного спектра.**

Когда мы рассматриваем щель через дифракционную решетку, мы наблюдаем спектр на фоне нанесенной на ширме шкалы. Если определенная цветная полоса совмещается с некоторым делением на шкале, это означает, что данное деление шкалы мы видим под тем же углом, что и цветную полосу. Зная расстояние до ширмы и положение полосы на шкале, легко рассчитать синус угла, под которым наблюдается данная полоса. Длина волны, соответствующая данному цвету, находится из формулы для дифракционной решетки:

$$\lambda = \frac{d \sin \theta}{n}, \text{ где } n - \text{порядок спектра} \quad (*)$$

## **3. Порядок выполнения работы.**

1. Включите лампу. Установите ширму со щелью на расстоянии  $L \approx 50$  см от дифракционной решетки. Рассматривая щель через дифракционную решетку, добейтесь наилучшей видимости спектра, изменяя взаимное расположение лампы и щели. Если шкалу плохо видно, можно использовать небольшую подсветку шкалы.

*Продумайте форму таблицы для записи результатов последующих измерений и обработки измерений.*

2. Запишите положение на шкале красной линии в спектре первого порядка. Отсчет проведите как по правую, так и по левую сторону от щели и найдите среднее значение. Сделайте ту же операцию для зеленого и синего цветов в первом порядке спектра.

Проделайте все описанные действия для спектров второго и третьего порядков.

3. Измерьте точное расстояние от дифракционной решетки до ширмы, результат запишите.

4. Измените положение ширмы и измерьте новое расстояние от дифракционной решетки до ширмы, результат запишите.

5. Проделайте все измерения п.2.

6. Наденьте на лампу светофильтр и проведите измерения положений соответствующих линий спектра в различных порядках спектра.

#### **4. Обработка результатов.**

1. Рассчитайте соответствующие длины волн для различных цветов сплошного спектра, используя формулу (\*).

***Применяемая в работе дифракционная решетка имеет 100 штрихов на миллиметр.***

2. Сравните между собой результаты, полученные в разных порядках спектра. Оцените ошибку измерений в каждом порядке спектра.

3. Запишите окончательные результаты измерений. Сравните полученные результаты с табличными. Сделайте вывод о точности ваших измерений.

***4. Сделайте выводы о проделанной работе.***

## **Контрольные вопросы для получения допуска к работе.**

1. Сформулируйте цель работы.
2. Какое назначение имеют элементы прибора, используемого в данной работе?
3. Какие измерения Вы будете выполнять в данной работе и в какой последовательности?
4. В какой форме Вы представите результаты измерений?

## **Контрольные вопросы для подготовки к защите работы.**

1. Какие выводы Вы сделали по результатам проделанной Вами работы?
2. Какое явление называют дифракцией волн?
3. В каких ситуациях мы можем наблюдать дифракцию световых волн?
4. В какой физической ситуации говорят о дифракции Фраунгофера?
5. Что можно увидеть на далеком экране, если направить луч лазера на узкую щель?
6. В чем отличие дифракционной картины, полученной от N точечных когерентных источников, от дифракционной картины, даваемой дифракционной решеткой?
7. Какие характеристики дифракционной решетки существенны при использовании ее в спектральных приборах?
8. В чем отличие спектра, полученного с помощью дифракционной решетки, от спектра, полученного с помощью призмы?

## Рекомендуемая литература

1. Мякишев Г.Я. **ФИЗИКА**: Оптика. Квантовая физика. М.: Дрофа, 2002
2. Ландсберг Г.С. **ОПТИКА**. Гл. IX. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003



