

Московский экзамен. 2013 год.
Физико-математическое отделение.
Математика. Письменная работа для поступающих в 11 класс.
Продолжительность экзамена 120 минут.

Вариант 1

1. Выписаны все пятизначные числа, которые составлены из цифр 1, 2, 3, 4, 5 и все цифры различные.
 - 1) Найти количество всех таких чисел, в записи которых цифра 2 расположена правее цифры 1.
 - 2) Найти количество всех таких чисел, в записи которых за цифрой 1 следует сразу цифра 2.
2. Сумма первых 100 членов первой геометрической прогрессии равна удвоенной сумме первых 50 членов второй геометрической прогрессии. Известно, что отношение четвертого члена ко второму члену первой геометрической прогрессии равно отношению четвертого члена к третьему члену второй геометрической прогрессии. Найти третий член второй геометрической прогрессии, если сумма пятого и шестого членов первой геометрической прогрессии равна 10.
3. Дана трапеция с боковыми сторонами, равными 3 и 5. Прямая пересекает основания так, что площадь трапеции разбивается в отношении 1:2. Периметры двух четырехугольников, на которые разбивается трапеция, равны. Найти наибольшую допустимую площадь трапеции.
4. Все натуральные числа выписаны подряд, начиная с единицы. Какая цифра стоит на 41002-м месте от начала?
5. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{13x - y\sqrt{x^2 - y^2}}{\sqrt{169 - x^2 + y^2}} = 13 \\ \frac{13y - x\sqrt{x^2 - y^2}}{\sqrt{169 - x^2 + y^2}} = 5 \end{cases}$$

Московский экзамен. 2013 год.
Физико-математическое отделение.
Математика. Письменная работа для поступающих в 11 класс.
Продолжительность экзамена 120 минут.

Вариант 2

1. На собрании должно выступить 5 человек: Андрей, Борис, Владимир, Григорий, Дмитрий. Сколькими способами можно расположить их в списке ораторов, если:
 - 1) Борис не должен выступать до того, как выступил Андрей.
 - 2) Борис должен выступать сразу после Андрея.
2. Сумма первых 200 членов первой геометрической прогрессии равна утроенной сумме первых 100 членов второй геометрической прогрессии. Известно, что отношение шестого члена к четвертому члену первой геометрической прогрессии равно отношению пятого члена к четвертому члену второй геометрической прогрессии. Найти второй член второй геометрической прогрессии, если сумма третьего и четвертого членов первой геометрической прогрессии равна 18.
3. В трапеции наибольшая боковая сторона равна 7, а сумма длин оснований равна 10. Прямая пересекает основания так, что площадь трапеции разбивается в отношении 1:3. Периметры двух четырехугольников, на которые разбивается трапеция, равны. Найти наибольшую допустимую площадь трапеции.
4. Все натуральные числа выписаны подряд, начиная с единицы. Какая цифра стоит на 43033-м месте от начала?
5. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{13x - y\sqrt{x^2 - y^2}}{\sqrt{169 - x^2 + y^2}} = -13 \\ \frac{13y - x\sqrt{x^2 - y^2}}{\sqrt{169 - x^2 + y^2}} = 12 \end{cases}$$