

Московский экзамен. Май 2013 года.
Физико-математическое отделение. Математика.
Письменная работа для поступающих в 10 класс.
Продолжительность экзамена 120 минут.

Вариант 1

- 1.(1) Сколькими нулями оканчивается число $49! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 49$?
2. (0.5) Найти все действительные числа x, y, z , для которых справедливо равенство
$$4x^2 + 9y^2 + 16z^2 - 4x - 6y - 8z + 3 = 0.$$
3. (1.5) Найти все действительные числа a и натуральные числа n , для которых выполнено равенство
$$\frac{a^n + a^{n-1} + \dots + a + 1}{(1 + a^2)(1 + a^8)} = (1 + a)(1 + a^4).$$
4. (0.5) Через сколько минут после того, как часы показывали ровно 9 часов 00 минут, минутная стрелка догонит часовую стрелку?
5. (1.5) В правильном треугольнике ABC со стороной 12 на стороне BC как на диаметре построена полуокружность, не имеющая общих точек с треугольником ABC , кроме точек B и C . Она разделена точками A_1 и A_2 на три равные дуги $BA_1 = A_1A_2 = A_2C$. Найти длины отрезков, на которые делят сторону BC прямые AA_1 и AA_2 .

Московский экзамен. Май 2013 года.
Физико-математическое отделение. Математика.
Письменная работа для поступающих в 10 класс.
Продолжительность экзамена 120 минут.

Вариант 2

- 1.(1) Сколькими нулями оканчивается число $50! = 1 \times 2 \times \dots \times 49 \times 50$?
2. (0.5) Найти все действительные числа x, y, z , для которых справедливо равенство
$$25x^2 + 16y^2 + 9z^2 + 10x + 8y + 6z + 3 = 0$$
3. (1.5) Найти все действительные числа b и натуральные числа k , для которых выполнено равенство
$$(1 + b)(1 + b^8) = \frac{b^k + b^{k-1} + \dots + b + 1}{(1 + b^2)(1 + b^4)}.$$
4. (0.5) Через сколько минут после того, как часы показывали ровно 16 часов 00 минут, минутная стрелка догонит часовую стрелку?
5. (1.5) В правильном треугольнике KLM со стороной 24 на стороне LM как на диаметре построена полуокружность, не имеющая общих точек с треугольником KLM , кроме точек L и M . Она разделена точками K_1 и K_2 на три равные дуги $LK_1 = K_1K_2 = K_2M$.
Найти длины отрезков, на которые делят сторону LM прямые KK_1 и KK_2 .

ОТВЕТЫ.

1. *Ответ.* Вар. 1. 10. Вар. 2. 12.

2. *Ответ.* Вар. 1. $x=1/2, y=1/3, z=1/4$. Вар. 2. $x=-1/5, y=-1/4, z=-1/3$.

3. *Ответ.* Вар. 1. $n=15, a$ – любое; $a=0, n$ – любое; $a=-1, n$ – нечётно.
Вар. 2. $k=15, b$ – любое; $b=0, k$ – любое; $b=-1, k$ – нечётно.

4. *Ответ.* Вар. 1. $\frac{540}{11} = 49\frac{1}{11}$ минут. Вар. 2. $\frac{240}{11} = 21\frac{9}{11}$ минут.

5. *Ответ.* Вар. 1. 4; 4; 4. Вар. 2. 8; 8; 8.