СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЙ
УЧЕБНО-НАУЧНЫЙ ЦЕНТР –
факультет МГУ имени М.В. Ломоносова,
Школа имени А.Н. Колмогорова

Кафедра физики

Общий физический практикум

Лабораторная работа № 1.1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ЖИДКОСТИ И ТВЕРДОГО ТЕЛА ГИДРОСТАТИЧЕСКИМ ВЗВЕШИВАНИЕМ

2011 г.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ЖИДКОСТИ И ТВЕРДОГО ТЕЛА ГИДРОСТАТИЧЕСКИМ ВЗВЕШИВАНИЕМ

Основная цель данной задачи - ознакомление с гидростатическим законом Архимеда в процессе эксперимента по взвешиванию тела, погруженного в жидкость. Подобное взвешивание называется гидростатическим. Если известна плотность жидкости, то гидростатическое взвешивание позволяет определить плотность твердого тела без измерения его объема, что весьма удобно для тел сложной формы. Если же известна плотность твердого тела, то можно определить плотность жидкости, не прибегая к измерению ни веса, ни объема данной жидкости. Этот метод в несколько видоизмененной форме находит широкое применение в технике.

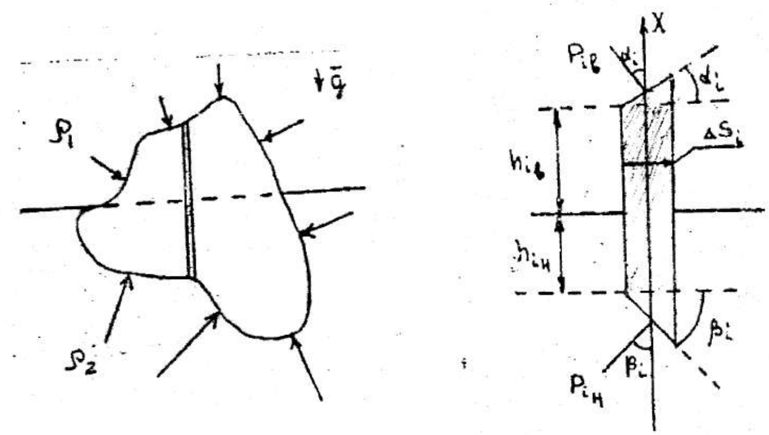
Теоретическая часть

Выталкивающей силой называют равнодействующую всех сил давления, действующих на тело, погруженное в жидкость или газ так, что поверхность тела свободно соприкасается с этими жидкостью и газом.

Рассмотрим подробнее возникновение выталкивающей силы в достаточно общем случае, когда твердое тело произвольной формы находится на границе двух несмешивающихся жидкостей или жидкости и газа (см. рис 1а).

Плотности верхней ρ_1 и нижней ρ_2 сред при небольших перепадах высот будем считать приблизительно равными. Разобьем мысленно тело на "n" вертикальных параллелепипедов малых поперечных сечений. Рассмотрим один из них с порядковым номером "i" (см. рис. 1б). Введем обозначения: площадь верхнего основания - $\Delta S_{iВ}$; угол наклона верхнего основания к горизонту – α_i; площадь нижнего основания- -

$\Delta S_{iН}$; угол наклона нижнего основания к горизонту - β_i. Площадь поперечного сечения ΔS_i; выберем столь малой, что давления во всех точках верхнего $P_{iВ}$ и нижнего $P_{iН}$ оснований будут практически постоянными. Также можно считать приблизительно постоянными высоты $h_{iВ}$ и $h_{iН}$ частей параллелепипеда, находящихся соответственно над границей раздела двух сред и под ней.



1а 1б

Рис. 1 К выводу выражения для выталкивающей силы

Найдем в проекции на вертикальную ось X сумму F_{xi} сил давлений, действующих на параллелепипед:

$$F_{xi} = P_{iH}\Delta S_{iH}\cos\beta_i - P_{iB}\Delta S_{iB}\cos\alpha_i = \\ = P_{iH}\Delta S_i - P_{iB}\Delta S_i \qquad (1)$$

Давления $P_{iН}$ можно выразить через $P_{iВ}$ и весовые давления столбов $h_{iВ}$ и $h_{iН}$ жидкости или газа:

$$P_{iH} = P_{iB} + \rho_B g h_{iB} + \rho_H g h_{iH} \qquad (2)$$

тогда:

$$F_{xi} = \rho_B g h_{iB} \Delta S_i + \rho_H g h_{iH} \Delta S_i = \\ = \rho_B g \Delta V_{iB} + \rho_H g \Delta V_{iH} \qquad (3)$$

где ΔV_{iB} и ΔV_{iH} – объёмы частей параллелепипеда над границей и под ней.

Для того, чтобы найти в проекциях на вертикальную ось X сумму сил давлений, действующих на тело, просуммируем F_{ix} по всем h параллелепипеда. Все допущения, основанные на малости ΔS_i, окажутся полностью справедливыми, если воспользоваться предельным переходом, устремив число разбиений «n» к бесконечности.

$$F = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} F_{xi} = \rho_B g V_B + \rho_H g V_H \qquad (4)$$

где V_B и V_H - объемы частей тела, находящихся соответственно в верхней и нижней средах.

Воспользовавшись аналогичным методом, можно доказать, что в проекциях на любую горизонтальную ось сума сил давлений, действующих на тело со стороны жидкости или газа, равна нулю. Таким образом, выталкивающую силу, действующую на тело, погруженное в две среды, можно представить как сумму двух выталкивающих сил, направленных вертикально вверх:

$$F_{верхней\_среды} = \rho_B g V_B \\ F_{нижней\_среды} = \rho_H g V_H \qquad (5)$$

Известно, что равнодействующая нескольких сил, действующих на тело, приложена к такой точке, относительно которой сумма моментов всех этих сил равна нулю. Так как F_i пропорциональна соответствующему объему ΔV_i, то точка приложения выталкивающей силы находится в центре объема той части тела, которая находится в данной среде (что такое «центр объема» см. в приложении к задаче).

Итак, сформулируем полученный результат. Выталкивающая сила, действующая на тело, погруженное в жидкость или газ, направлена вертикально вверх, приложена в центре объема погруженной части тела и равна весу жидкости или газа в объеме погруженной части тела. Это положение можно считать формулировкой закона Архимеда. Напомним, что вес неподвижного тела, находящегося в вакууме, равен силе тяжести этого тела.

Приведем еще одно изящное доказательство закона Архимеда, идея которого предложена впервые, по-видимому, фламандским физиком и инженером Симоном Стэвином в XVI в н.э.

Выделим внутри жидкости объем произвольной формы. Этот объем находится в равновесии, значит сила, действующая на него со стороны остальной жидкости, равна весу этого объема и направлена вертикально вверх. Такая же сила будет действовать и на твердое тело, занимающее выделенный нами объем. В этом доказательстве молчаливо предполагается, что взаимодействие выделенного объема с остальной жидкостью в случае покоя одинаково для выделенного объема, как в твердом, так и в жидком состоянии. Справедливость этого предположения целиком подтверждается опытом.

Перейдем к рассмотрению гидростатического взвешивания, пусть тело, подвешенное на нити, частично погружено в жидкость (рис. 2). На тело действуют следующие силы:

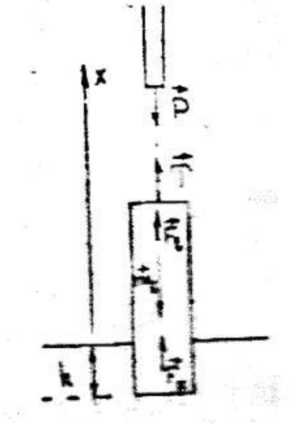


Рис.2 Гидростатическое взвешивание

а) сила тяжести $m_т g = \rho_т V_т g$, где $V_т$ - объем тела, $\rho_т$ – средняя плотность тела;

б) выталкивающая сила воздуха $F_в=\rho_в g V_в$, где $\rho_в$ - плотность воздуха, $V_в$- объем части тела, находящейся в воздухе;

в) выталкивающая сила жидкости $F_ж=\rho_ж g V_ж$, где $\rho_ж$ - плотность жидкости - объем части тела в жидкости;

г) сила натяжения нити T. На нить действует вес тела P.

В проекции на вертикальную ось X можно записать:

$T = P$ (по 3-ему закону Ньютона)

$T + F_в + F_Ж - mg = 0$ (по 2-ому закону Ньютона)

Исключив отсюда T, получим:

$$P = \rho_T g V_T - \rho_B g V_B - \rho_Ж g V_Ж \qquad (6)$$

Если $\rho_в << \rho_т$, то выталкивающей силой воздуха можно пренебречь.

Например, при взвешивании куска сухого дерева в воздухе при 0 °C и атмосферном давлении 10^5 Па, получаем:

$$\frac{F_B}{mg} = \frac{\rho_B}{\rho_T} \approx \frac{1{,}29\,\frac{кг}{м^3}}{500\,\frac{кг}{м^3}} \approx 0{,}026$$

т.е. выталкивающая сила воздуха по сравнению с силой тяжести сухого дерева пренебрежимо мала.

В данной задаче для всех тел выполняется условие $\rho_в << \rho_т$, поэтому вес и массу* тела, частично погруженного в жидкость, можно считать равными соответственно:

$$\begin{cases} P_2 = \rho_T g V_T - \rho_Ж g V_Ж \\ m_2 = \rho_T V_T - \rho_Ж V_Ж \end{cases} \qquad (7)$$

(* - при погружении цилиндра в жидкость его масса, конечно, не меняется, под m_2 -понимается масса разновеска, уравновешивающего погружённый в жидкость цилиндр).

Вес и масса тела, находящегося полностью в воздухе, соответственно равны:

$$\begin{cases} P_1 = \rho_T g V_T \\ m_1 = \rho_T V_T \end{cases} \qquad (8)$$

Если тело поперечного сечения S частично погружено в жидкость, то его вес P_2 и кажущаяся масса m_2 линейно зависят от высоты h части тела, погруженной в жидкость (рис. 2):

$$\begin{cases} P_2 = \rho_T g V_T - \rho_Ж g S h \\ m_2 = \rho_T V_T - \rho_Ж S h \end{cases} \qquad (9)$$

Соотношения (7) - (9) применяются в этой работе для определения неизвестных плотностей жидкостей и плотностей твердых тел.

Экспериментальная часть

Состав и оборудование экспериментального стенда:

1. Лабораторные чашечные весы. На одном из концов коромысла вместо подвеса чашки установлен зажим для нитки, обеспечивающий возможность подвешивания исследуемого твёрдого тела;
2. Стеклянный стакан с отметками уровней для наполнения исследуемыми жидкостями.
3. Колбы с различными жидкостями.
4. Эталонное твердое тело в форме цилиндра. На цилиндрической поверхности вдоль образующей, начиная от нижнего основания, нанесена метрическая шкала с ценой деления 1 мм. С помощью этой шкалы можно определить высоту той части цилиндра, которая погружается в жидкость. Материал цилиндра подобран таким образом, что при соприкосновении с его поверхностью исследуемые жидкости образуют краевые углы, близкие к 90°.
5. Набор твёрдых тел сложной формы.

Расчётная часть

1. Рассчитайте плотности образцов твёрдых тел сложной формы;
2. Рассчитайте плотность жидкости;
3. Оцените погрешности измеренных величин;
4. Рассчитайте погрешности определения плотностей твёрдых тел и жидкости, исходя из правил расчёта погрешностей значений функций при известных значениях погрешностей их аргументов;
5. Представьте итоговые результаты согласно правилам округления;
6. Сделайте письменно вывод о проделанной лабораторной работе.

Вопросы

1. В каком веке жил Архимед и сформулировал свой закон?
2. Дайте словесную формулировку закона Архимеда;
3. К какой точке приложена сила Архимеда, действующая на погружённое в жидкость тело?
4. Что такое ареометр?
5. От чего зависит сила давления жидкости на дно сосуда, в который она налита?
6. На дне сосуда с жидкостью свободно лежит тело, плотность которого больше плотности жидкости. Можно ли заставить его всплыть, повышая давление на жидкость?
7. Какие примеры «вечных двигателей» на основе использования выталкивающей силы вы знаете? Почему они всё-таки не вечны?

Рекомендованная литература

1. Мякишев Г.Я., Синяков А.З., «Механика», учебник Физика-10 класс.
2. Матвеев А.Н., «Механика: учебное пособие», т. 1.
3. Сивухин Д.В, «Общий курс физики», т.1.
4. Ландсберг Г.С., «Элементарный учебник физики», т. 1.
5. Сергеев С.П. «Обработка результатов физического эксперимента».