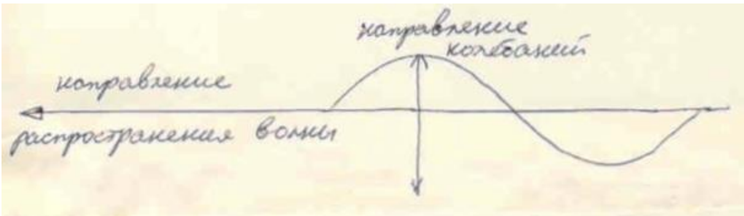
Волны. Лекция 1

Понятие о волновых процессах. Скорость распространения волны. Поперечные и продольные волны. Волновая поверхность. Фронт волны

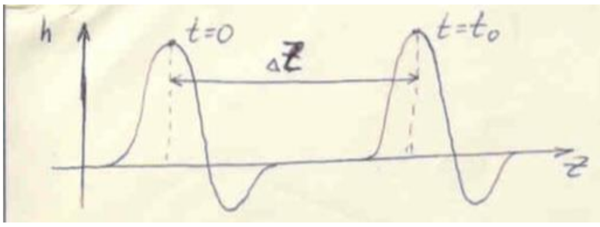
В современном понимании понятие волны настолько широко и многозначно, что очень трудно указать признаки, общие для всех видов движений и процессов, которые наша интуиция или традиция относит к волновым явлениям. Во многих случаях ***волны*** (***волновые процессы***) представляют собой процесс распространения колебаний в пространстве с течением времени, однако возможны и ***уединенные волны*** в виде распространяющихся в пространстве импульсных возмущений. Если все-таки попытаться дать некоторое общее определение волны, то можно сказать следующим образом.

Определение. Волной называют процесс распространения в пространстве с течением времени изменений одной или нескольких физических величин.

Вероятно, первоначально понятие волны возникло из наблюдений за колебаниями водной поверхности. Нетрудно также наблюдать волны, распространяющиеся вдоль резинового шнура. Если один конец шнура закрепить, и, слегка натянув шнур рукой, привести другой его конец в колебательное движение, то по шнуру побежит **волна изменения формы шнура.** При этом отдельные участки шнура будут колебаться относительно своего неизменного положения равновесия.



В простейшем случае при распространении волны вдоль шнура с течением времени будет происходить лишь сдвиг области отклонения участков шнура от положения равновесия, без изменения формы шнура в этой области. В этом случае легко ввести понятие скорости распространения волны (обычно её называют фазовой скоростью)



$$c = \frac{|\Delta z|}{\Delta t},$$

где $|\Delta z|$ – величина смещения характерной особенности возмущения (например, места максимального отклонения шнура от положения равновесия) за время Δt.

Допустим теперь, что мы знаем форму шнура $h_0(z)$ в момент времени $t = 0$, скорость распространения волны c и направление её распространения (например, положительное направление оси z). Тогда, очевидно, мы сможем найти отклонение любой точки шнура в любой момент времени t: за время t область возмущения переместится на расстояние $\Delta z = ct$, и, следовательно, в точке z в момент времени t будет такое же возмущение, какое было в точке $z_0 = z - ct$ в момент времени $t = 0$, т.е.

$$h_+(z,t) = h_0(z - ct).$$

Аналогично, если волна распространяется в отрицательном направлении оси z, то она описывается функцией вида

$$h_-(z,t) = h_0(z + ct),$$

где $h_0(z)$ по-прежнему задаёт распределение возмущения вдоль шнура в начальный момент времени $t = 0$. Обе эти волны часто называют бегущими волнами, т.к. они описывают возмущение, перемещающееся в пространстве.

Заметим, что распространение волны вдоль шнура сопровождается переносом энергии и импульса. ***Но никакого переноса массы при этом не происходит***: каждый кусочек шнура, совершает движение около своего исходного равновесного положения.

При распространении волны вдоль шнура отдельные его участки смещаются в направлении, *перпендикулярном* направлению распространения волны. Такие волны называют ***поперечными***. *Колебания в волне могут происходить и вдоль направления её распространения.* Тогда волна называется ***продольной***. Продольную волну растяжения и сжатия можно наблюдать, например, с помощью длинной мягкой пружины.

Монохроматическая волна. Волновая поверхность. Фронт волны

Особое место среди волн занимают синусоидальные (монохроматические) волны. В одномерном случае (шнур, струна и т.п.) они описывают уравнениями вида:

$$h(z,t) = A\sin[\omega(t \pm {}^{z}/_{c}) + \alpha_0], \qquad (1)$$

где A называют амплитудой волны, а аргумент синуса – её фазой. В (1) знак «плюс» соответствует волне, распространяющейся в отрицательном направлении оси z, а знак «минус» – волне, распространяющейся в положительном направлении этой оси.

Если в формуле (1) зафиксировать координату z, т.е. рассматривать определённый элемент шнура, то мы получим, что смещение этого элемента от положения равновесия представляет собой гармоническое колебание с частотой ω и амплитудой A:

$$h(z,t) = A\sin(\omega t + \alpha(z)).$$

Причем начальная фаза колебаний этого элемента шнура $\alpha(z) = -\frac{\omega}{c}z + \alpha_0$ зависит от координаты z его равновесного положения. Иными словами, при прохождении синусоидальной волны все элементы шнура свершают гармонические колебания одинаковой частоты и амплитуды, но различающиеся по фазе. При этом α_0 имеет смысл начальной фазы колебаний точек с координатой $z = 0$.

Определение. Расстояние между *ближайшими* друг к другу точками, колеблющимися в одинаковых фазах, называется ***длиной синусоидальной волны*** λ.

Как уже говорилось, фазы двух колебаний считаются одинаковыми, если они различаются на $2\pi n$ (n – любое целое число). Поэтому λ можно найти из условия: $\alpha(z) - \alpha(z+\lambda) = 2\pi$. Откуда $\frac{\omega}{c}(z+\lambda) - \frac{\omega}{c}z = 2\pi$. Или окончательно:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega}c = cT,$$

где $T = 2\pi/\omega$ – период колебаний в монохроматической волне. Иными словами, **длина волны – это расстояние, на которое распространяется волна за один период**.

Если в формуле (1) зафиксировать t, т.е. рассматривать весь шнур в один и тот же момент времени, то функция $h(z,t) = A\sin(\pm {}^{\omega}/_{c}\, z + \beta)$ дает мгновенную картину смещений всех элементов шнура – застывшую синусоиду. Нетрудно видеть, что пространственный период этой синусоиды также равен длине волны λ: $\frac{\omega}{c}\lambda = 2\pi$.

Также часто используют понятие волнового числа k (и волнового вектора $\vec{k}$):

$$k = {}^{2\pi}/_{\lambda}.$$

При этом направление волнового вектора считается совпадающим с направлением распространения волны. При использовании волнового числа уравнение синусоидальной волны принимает особенно симметричный вид (т.к. $\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} = k$):

$$h(z,t) = A\sin[\omega t \pm kz],$$

т.е. k имеет смысл пространственной “циклической частоты”.

До сих пор мы описывали распространение волн в одномерных системах (шнур, пружина), равновесное положение частей которых задается только одной координатой. Волны могут распространяться также в двухмерных (волны на поверхности воды) и трехмерных системах. В последнем случае особое место занимают так называемые плоские волны.

Определение. Волна называется ***плоской***, если в некоторой декартовой системе координат все величины, характеризующие волновое движение, зависят только от времени и одной из координат.

Ясно, что плоские волны с точки зрения их математического описания полностью эквивалентны рассмотренным выше волнам в одномерных системах.

В теории волн также используют понятие волновой поверхности и фронта волны.

Определение. *Волновой поверхностью* или *волновым фронтом* называется геометрическое место точек среды, в которых колебания, обусловленные распространением волны, происходят в одной и той же фазе. Или короче: *волновыми поверхностями называют поверхности равной фазы*. Линия, нормальная к волновой поверхности, называется ***лучом***

или волновой нормалью. Под направлением распространения волн понимают направление лучей. *Если в среде распространяется возмущение, ограниченное во времени (и, следовательно, в пространстве), фронтом волны называется также граница между возмущенной и не возмущенной областями среды*.

В случае плоской волны волновые поверхности представляют собой параллельные плоскости, а лучи – перпендикулярные им параллельные прямые.

В общем случае волновые поверхности могут иметь очень сложную форму. Но особое место в теории волн занимают плоские синусоидальные волны вида (1). Это связано с тем, что любую волну можно, оказывается, представить в виде суммы (суперпозиции) плоских синусоидальных волн различных частот (и, следовательно, различных длин волн), распространяющихся в общем случае в различных направлениях. Причём, что существенно, в случае слабых возмущений в волне эти плоские волны будут распространяться независимо друг от друга, т.е. для них будет справедлив принцип суперпозиции.

Звуковые волны. Скорость звука.

Почему возникают волны? ***Важнейшим и общим условием возникновения волнового движения является наличие связи между возмущениями в соседних точках пространства.*** В случае механических волн, распространяющихся в упругих телах (твёрдых, жидких или газообразных), роль такой связи выполняют силы взаимодействия между частицами тела, приводящие при смещении частиц друг относительно друга к возникновению сил упругости (в твёрдых телах) или избыточного давления (в жидкостях и газах).

Определение. *Звуковыми (или упругими) волнами*, называются упругие возмущения, распространяющиеся в твёрдой, жидкой или газообразной среде.

При распространении звуковых волн в среде возникают механические деформации сжатия или сдвига, которые переносятся волной из одной точки среды в другую.

В жидкостях и газах, которые обладают упругостью объема, но не обладают упругостью формы, могут распространяться лишь ***продольные волны растяжения – сжатия***, в которых колебания частиц среды происходят в направлении распространения волны. Можно показать, что *скорость распространения таких волн не зависит от их формы и частоты*, и определяется только свойствами среды:

$$C_{\text{прод}} = \sqrt{K/\rho}\,,$$

где ρ – плотность среды, K – её модуль всестороннего сжатия, определяемый формулой:

$$\frac{\mathrm{dV}}{V} = -\frac{1}{K}\Delta P$$

(ΔV– изменение первоначального объема среды V под действием изменения давления ΔP).

Для большинства жидкостей скорость звука лежит приделах от 1100 м/с до 1600 м/с и слабо зависит от температуры. Так для воды скорость звука увеличивается от 1400 м/с при 0°С до 1555,5 м/с при 75°С, а затем уменьшается до 1543 м/с при 100°С. Однако для большинства жидкостей скорость звука уменьшается с ростом температуры.

Обратная ситуация наблюдается в газах, скорость звука в которых всегда увеличивается с ростом температуры. Первая попытка расчёта скорости звука в газах была сделана Ньютоном. Он исходил из предположения, что сжатие и разряжение газа в звуковой волне происходит изотермически, благодаря быстрой передаче тепла из области сжатия в соседние области разрежения. Как мы знаем, в этом случае согласно закону Бойля – Мариотта PV = const, и, следовательно, $\Delta V * P + V * \Delta P = 0$, т.е.

$$\frac{\mathrm{dV}}{V} = -\frac{1}{P}\Delta P.$$

т.е. при изотермическом сжатии идеального газа модуль всестороннего сжатия газа равен его давлению: $K_{\text{изотерм}} = P$. Учитывая также, что плотность газа $\rho = \mu P/(RT)$, окончательно получим, что в приближении Ньютона скорость звука в газе равна

$$C_{\text{ньют}} = \sqrt{\frac{RT}{\mu}}.$$

Откуда, например, для воздуха (μ = 28,8) при t = 0°С $C_{\text{ньют, возд}}$ = 280 м/с. Опыт, однако, дает $C = 331$ м/с. Причина этого значительного расхождения между теорией и опытом долгое время оставалась непонятной. И лишь в начале 19 века Лаплас предположил, что поток тепла из областей сгущения в области разрежения на самом деле мал. Значит давление и объем в звуковой волне меняются адиабатически, и, следовательно, связаны уравнением Пуассона $PV^{\gamma} = const$ $(\gamma = c_p/c_v)$. Поэтому, их изменения удовлетворяют соотношениям $\gamma PdV + VdP = 0$ или $\frac{\mathrm{dV}}{V} = -\frac{1}{\gamma P}dP$. Откуда адиабатический модуль всестороннего сжатия газа $K_{\text{ад}} = \gamma P$, и, следовательно, в приближении Лапласа скорость звука в газе равна

$$C_{\text{лапл}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}},$$

т.е. при t = 0°С для воздуха $C_{\text{лапл}} \approx 332$ м/с, что прекрасно согласуется с экспериментом.

Малую роль теплообмена в процессе распространения звуковой волны в газах удалось полностью теоретически объяснить только после создания молекулярно-кинетической теории газов. Исходя из её основных положений, можно показать, что характерное время τ выравнивания температуры газа (и любых других его характеристик) в слое толщиной $\Delta\ell$ связано со временем $\tau_{\text{св}}$ и длиной $\ell_{\text{св}}$ свободного пробега молекул в газе формулой:

$$\tau \approx \tau_{\text{св пр}} \left(\frac{\Delta\ell}{\ell_{\text{св}}}\right)^2 = \frac{(\Delta\ell)^2}{\mho_{\text{т}}\ell_{\text{св}}},$$

где $\mho_{\text{т}}$ – скорость теплового движения молекул газа. Очевидно, что роль теплообмена будет мала, если время выравнивания температуры в слое газа, толщина которого равна длине волны ($\Delta\ell = \lambda$), много больше периода колебаний T в волне:

$$\tau \approx \frac{\lambda^2}{\mho_{\text{т}}\ell_{\text{св}}} \gg T.$$

Учитывая, что $\lambda = C_{\text{зв}}T$, условие малой роли теплообмена можно записать в виде:

$$\frac{\tau}{T} \approx \frac{\lambda^2}{\mho_{\text{т}}\ell_{\text{св}}\text{T}} = \frac{\lambda}{\ell_{\text{св}}} \cdot \frac{C_{\text{зв}}}{\mho_{\text{Т}}} \gg 1.$$

Из полученных ранее формул для скорости звука в газе видно, что $C_{\text{ньют}} \approx C_{\text{лапл}} \approx \mho_{\text{Т}}$. Поэтому условием малой роли теплообмена в процессе распространения звуковой волны в газах является малость длины свободного пробега $\ell_{\text{св}}$ по сравнению с длиной волны λ. Поскольку, как уже говорилось, скорость звука в газе близка к скорости теплового движения, то условие $\lambda \gg \ell_{\text{св}}$ равносильно условию $\text{T} >> \tau_{\text{св пр}}$. Заметим также, что малая роль теплообмена означает ещё и малое затухания волны!

В твёрдых телах наряду с продольными волнами, могут распространяться также и поперечные волны. При этом скорость продольных волн всегда больше скорости поперечных и составляет обычно несколько километров секунду.

Наряду с понятием звуковые волны (или просто «звук»), совпадающим с понятием упругие волны, существует ещё узкое значение слова «звук». Оно употребляется для обозначения ощущения, вызываемого действием упругих волн на орган слуха человека и животных. Человек слышит звуковые волны частотой от 16 Гц до 16 – 20 кГц. Звук с частотой ниже этого диапазона называется **инфразвук**, выше – **ультразвук**; самые высокочастотные упругие волны в диапазоне 10^9 – 10^{13} Гц относятся к **гиперзвуку**.

Область инфразвуковых частот снизу практически не ограничена – в природе встречаются инфразвуковые колебания с частотой в сотые и тысячной доли герца. Частотный диапазон гиперзвуковых волн имеет сверху принципиальное ограничение, обусловленное атомным и молекулярным строением сред: в газах длина упругой волны должна быть больше длины свободного пробега молекул, а в жидкостях и твёрдых телах – больше удвоенного межмолекулярного или межатомного расстояния.

Музыкальные звуки и шумы. Громкость и высота звука

Звуки очень разнообразны. Любой из нас отличает, так называемые, музыкальные звуки от шумов. Чистый музыкальный звук можно получить, ударив молоточком по одной из ветвей ***камертона***, закреплённого на специальном деревянном ящике, выполняющем роль резонатора (усилителя) колебаний камертона. Но колебания ветвей камертона являются гармоническими. Таким образом, ***музыкальные звуки*** (точнее музыкальные ***тоны***) – это звуки, которые мы слышим, когда их источник совершает гармонические колебания. Музыкальные тоны отличаются на слух громкостью и высотой.

Громкость звука является мерой силы слухового ощущения и в силу этого является оценкой субъективной. Вместе с тем, установлено, что *при фиксированной частоте звука его громкость тем больше*, чем больше амплитуда колебаний в звуковой волне, а точнее, *чем больше создаваемое звуком звуковое давление*.

Звуковое давление – переменная часть давления, возникающая в среде при прохождении звуковой волны: образующиеся в среде сгущения и разрежения создают изменения давления по отношению к среднему (статическому) давлению.

Чувствительность человеческого уха сильно зависит от частоты звука. Звуковые колебания, создающие одинаковые звуковые давления, не кажутся нам одинаково громкими, если частоты их различны. Эта зависимость обусловлена тем, что ухо по существу представляет собой колебательную систему, имеющую свои собственные частоты, на которых и наблюдаются резонансные явления (так называемый, акустический резонанс). Наше ухо наиболее чувствительно к колебаниям с частотой около 3500 Гц.

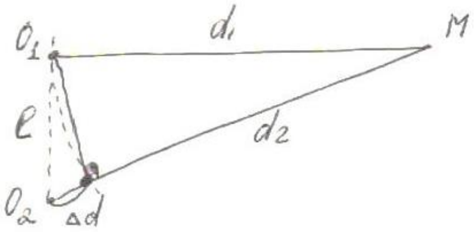
Еще одной субъективной характеристикой звука является его ***высота***. Она зависит в основном от частоты звука: *с ростом частоты высота звука увеличивается*. В небольших пределах высота звука изменяется также в зависимости от его громкости.

Интерференция волн. Когерентные источники

До сих пор мы рассматривали одну волну, распространяющуюся в среде. Однако, часто в среде одновременно распространяется несколько волн. При этом оказывается, что для волн не слишком больших амплитуд ***результирующее смещение любой частицы среды представляет собой векторную сумму смещений, которые происходили бы при распространении одной из волн в отсутствии других***. Иными словами, для волн не очень большой интенсивности выполняется ***принцип суперпозиции***.

Определение. Сложения в пространстве двух (или нескольких) волн, при котором образуется *постоянное во времени* пространственное распределение амплитуды результирующих колебаний, называется ***интерференцией***.

Выясним характерные особенности и условия возникновения интерференции волн. Для этого рассмотрим наложение волн на поверхности воды. Можно одновременно возбудить две круговые синусоидальные волны в ванне с помощью двух одинаковых шариков, укреплённых на стержне, который совершает гармонические колебания. В результате в любой точке M на поверхности воды будут складываться колебания, вызванные двумя волнами (от источников O_1 и O_2). Причём, в нашем случае эти колебания будут происходить в одном направлении (перпендикулярном поверхности воды). Амплитуды колебаний, вызванных в точке M обеими волнами, будут, вообще говоря, отличаться, так как волны проходят различные пути d_1 и d_2. Но если расстояние между источниками много меньше этих путей ($\ell \ll d_1$ и $\ell \ll d_2$), то эти амплитуды будут почти одинаковыми.



Результат сложения волн, приходящих в точку M, будет сильно зависеть от разности фаз между ними. Пройдя различные расстояния d_1 и d_2, волны имеют разность хода $\Delta d = d_2 - d_1$. Если оба шарика колеблются в фазе, а разность хода равна (или кратна) длине волны λ, то вторая волна будет запаздывать по сравнению с первой ровно на один период (как раз за период волна проходит путь, равный длине волны). Поэтому, в этом случае в точке M колебания в обеих волнах будут происходить в фазе. В результате произойдёт максимальное усиление колебаний. Иными словами*, амплитуда колебаний в данной точке будет максимальной, если разность хода двух испущенных синфазными источниками волн, возбуждающих колебания в этой точке, равна целому числу длин волн*:

$$\Delta d = n\lambda, \;\; n \in \mathbb{N}.$$

Если на отрезке Δd укладывается половина длины волны λ или нечетное число $\lambda/2$ (и фазы колебаний обоих источников совпадают), то в точке M вторая волна будет отставать от первой на половину периода. Разность фаз окажется равной π (или нечетному числу π). То есть колебания будут происходить в противофазе, и амплитуда результирующего колебания будет минимальной. Она будет даже равна нулю, если амплитуды интерферирующих волн одинаковы. Таким образом, *амплитуда колебаний среды в данной точке минимальна, если разность хода двух испущенных синфазными источниками волн, возбуждающих колебания в этой точке, равна нечетному числу полуволн*:

$$\Delta d = (2\pi + 1)\lambda/2.$$

Если разность хода Δd не равна $n\lambda/2$, то амплитуда результирующего колебания принимает некоторое промежуточное значение между максимальным и минимальным значениями. Но наиболее важно то, что *амплитуда колебаний в любой точке не меняется с течением времени*. На поверхности воды возникает стационарное распределение амплитуд колебаний, которое называют ***интерференционной картиной***.

Приведенные условия максимального взаимного усиления и ослабления интерферирующих волн справедливы, если фазы колебаний обоих источников волн совпадают. Однако, их легко обобщить на случай существования сдвига фаз $\Delta\varphi_0 = \varphi_{10} - \varphi_{20}$ между колебаниями источников. В этом случае уравнения интерферирующих волн имеют вид:

$$X_1 = A_1(d_1)\sin(\omega t - kd_1 + \varphi_{10}), \qquad X_2 = A_2(d_2)\sin(\omega t - kd_2 + \varphi_{20}),$$

где $k = 2\pi/\lambda$. Поэтому разность фаз колебаний в точке M будет равна: $\Delta\varphi = kd_2 - kd_1 + \varphi_{10} - \varphi_{20} = 2\pi\Delta d/\lambda + \Delta\varphi_0$. И, следовательно, волны максимально:

1) усилят друг друга, если $\Delta\varphi = 2\pi n$, то есть $\Delta d + \frac{\Delta\varphi_0}{2\pi}\lambda = n\lambda$;

2) ослабят друг друга, если $\Delta\varphi = \pi(2n+1)$, то есть $\Delta d + \frac{\Delta\varphi_0}{2\pi}\lambda = n\lambda + \lambda/2$.

Из приведённого рассмотрения следует, что *для получения устойчивой интерференционной картины необходимо, чтобы источники волн имели одинаковую частоту, и фазы их колебаний совпадали или отличались на некоторую не зависящую от времени величину*. Иначе говоря, ***разность фаз колебаний обоих источников должна оставаться неизменной***. Источники, удовлетворяющие этим условиям, называются ***когерентными***. ***Когерентными называют и созданные ими волны***. ***Только при сложении когерентных волн образуется устойчивая интерференционная картина***.

Если разность фаз колебаний источников меняется, то в любой точке среды разность фаз колебаний, возбуждаемых двумя волнами, изменяется. И значит, меняется амплитуда результирующих колебаний. В результате максимумы и минимумы перемещаются в пространстве, и интерференционная картина размывается.

Существование интерференционных минимумов в точках, где волны имеют противоположные фазы, ставит вопрос о выполнимости закона сохранения энергии в волновых процессах. Куда исчезает энергия двух волн в местах интерференционных минимумов? На этот вопрос нельзя дать правильного ответа, если рассматривать колебания только в одной точке. Но волну нельзя рассматривать как совокупность независимых колебаний в различных точках пространства. Сущность волнового процесса состоит в передаче энергии колебаний из одних точек в другие. При интерференции волн в местах интерференционных минимумов энергия результирующих колебаний, пропорциональная квадрату их амплитуды ($W = kA^2$), действительно меньше суммы энергии двух интерферирующих волн:

$$W_{min} = kA_{min}^2 = k(A_1 - A_2)^2 = kA_1^2 + kA_2^2 - 2kA_1A_2 = W_1 + W_2 - 2\sqrt{W_1W_2}.$$

Но в местах интерференционных максимумов энергия результирующих колебаний ровно настолько же превышает сумму энергий интерферирующих волн:

$$W_{max} = kA_{max}^2 = k(A_1 + A_2)^2 = kA_1^2 + kA_2^2 + 2kA_1A_2 = W_1 + W_2 + 2\sqrt{W_1W_2}.$$

Таким образом, ***при интерференции волн происходит перераспределение энергии колебаний в пространстве***. Она не распределяется равномерно по всем частицам среды, а концентрируется в максимумах за счёт того, что в минимумах её оказывается меньше. Такое перераспределение энергии колебаний в пространстве обычно называют ***интерференционным эффектом***. При прочих равных условиях *интерференционный эффект максимален при наложении волн, колебания в которых происходят вдоль одной прямой. При сложении же двух когерентных волн, колебания в которых происходят в ортогональных направлениях интерференционный эффект не возникает*!

Интерференция присуща волновым процессам любой природы. Большое значение интерференции состоит в том, что *если при изучении какого-либо явления обнаружена интерференция, то значит, это явление имеет волновую природу*.

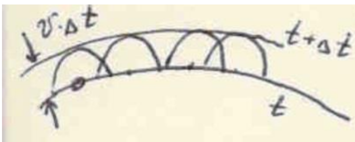
Заметим, что для наблюдения интерференционной картины не обязательно иметь два независимых когерентных источника. Вторую волну, когерентную с исходной, часто удобнее получать путем отражения исходной волны от границ раздела различных сред. В этом случае интерферируют падающая и отраженная волны.

Принцип Гюйгенса

Общий принцип, описывающий процесс распространения волн, впервые был выдвинут современником Ньютона, голландским учёным Христианом Гюйгенсом. Согласно **принципу Гюйгенса**:

1) ***каждая точка среды, до которой дошло возмущение, становится источником, так называемых, вторичных волн***. Поэтому, зная положение волновой поверхности в момент времени t, можно найти её положение в момент времени $t + \Delta t$, рассматривая каждую точку волновой поверхности как источник вторичных волн. При этом

2) ***искомой волновой поверхностью будет поверхность, касательная ко всем вторичным волнам*** (см. рис.).

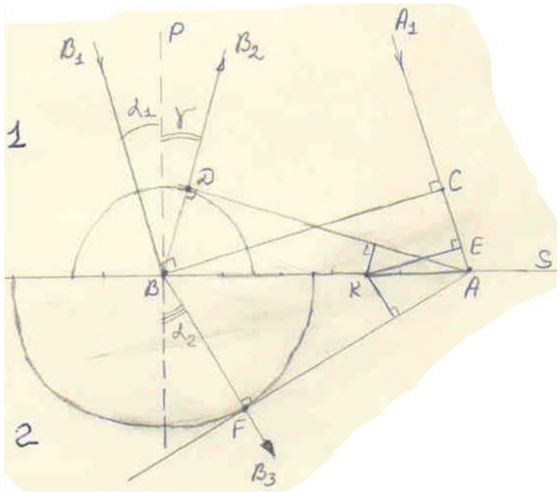


Принцип Гюйгенса применим для описания распространения любых волн. Для механических волн он имеет наглядное толкование: частицы среды, до которых доходят колебания, колеблясь, в свою очередь, приводят в движение соседние частицы среды, с которыми они взаимодействуют.

Закон отражения и преломления волн

С помощью принципа Гюйгенса найдем закон, которому подчиняются волны при падении на поверхность раздела двух изотропных сред. Пусть на разделяющую две среды плоскую поверхность S из среды номер один падает плоская волна. Пусть прямая B_1B – один из лучей (нормаль к волновой поверхности) этой волны, а BP – нормаль к поверхности раздела в точке B падения этого луча. Угол (α_1) между падающим лучом (B_1B) и перпендикуляром к отражающей поверхности (BP) в точке падения луча называют ***углом падения луча (волны)***. Плоскость, проходящую через падающий луч (B_1B) и перпендикуляр к отражающей поверхности в точке падения (BP) называют **плоскостью падения волны**. Заметим, что для любой плоской волны, падающей на плоскую поверхность раздела двух сред, имеется бесконечно много параллельных друг другу плоскостей падения.

По принципу Гюйгенса волновые поверхности отраженной и преломленной волн можно получить, если провести поверхность, являющуюся огибающей вторичных волн, центры которых лежат на границе раздела сред.



Разные участки волновой поверхности BC падающей волны достигнут поверхности S неодновременно. Возбуждение колебаний в точке B начнётся раньше, чем в точке A на время $\tau = |CA|/v_1$, где v_1 – скорость распространения волны в первый среде (A_1A – ещё один луч падающей волны, лежащий в плоскости B_1BP). В момент, когда волна достигнет точки A и в этой точке начнётся возбуждение колебаний, вторичная волна с центром в точке B уже будет представлять собой полусферу с радиусом $R_1 \equiv |BD| = \tau v_1 = |CA|$ в первой среде и полусферу с радиусом $R_2 \equiv |BF| = \tau v_2 = |CA| v_2/v_1$ во второй среде. Здесь v_2 – скорость распространения волны во второй среде. Проведем из точки A касательные к этим полусферам. Пусть F и D – точки касания (см. рис). Очевидно, $\gamma = D\hat{A}B$, $\alpha_1 = C\hat{B}A$, $\alpha_2 = F\hat{A}B$ – как углы со взаимно перпендикулярными сторонами. С другой стороны,

$$\sin D\hat{A}B = \frac{|BD|}{|AB|} = (\text{т. к.} |BD| = |CA|) = \frac{|CA|}{|AB|} = \sin C\hat{B}A,$$

$$\sin B\hat{A}F = \frac{|BF|}{|AB|} = \left(\text{т. к.} |BF| = \frac{v_2}{v_1}|CA|\right) = \frac{v_2}{v_1}\frac{|CA|}{|AB|} = \frac{v_2}{v_1}\sin C\hat{B}A.$$

Таким образом, окончательно получаем:

$$\gamma = \alpha_1, \qquad \frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1} = \frac{v_2}{v_1}, \tag{1}$$

причём прямые BB_2 и BB_3 лежат в одной плоскости с лучом B_1B и нормалью PB, то есть в плоскости падения. Считая, что точки A и B находятся достаточно близко друг от друга, можно утверждать, что отрезки AF и AD достаточно точно аппроксимируют волновые фронты соответственно прошедшей и отраженной волн, и, следовательно, прямая $BB_2 \perp AD$ является лучом отраженной волны, а прямая $BB_3 \perp AF$ – лучом прошедшей волны.

Таким образом, мы доказали законы отражения и преломления волн. Прежде, чем их формулировать, заметим, что угол γ между отраженным лучом и перпендикуляром к отражающей поверхности в точке падения называется ***углом отражения***. А угол α_2 между преломленным лучом и перпендикуляром к преломляющей поверхности в точке падения называется ***углом преломления***.

Закон отражения волн: падающий и отраженный лучи лежат в одной плоскости с нормалью к границе раздела в точке падения (т. е. в плоскости падения), причём угол падения (α_1) равен углу отражения (γ).

Закон преломления волн: преломленный луч лежит в плоскости падения, причём отношение синуса угла падения (α_1) к синусу угла преломления (α_2) равно отношению скоростей волн в первой и второй средах:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{v_1}{v_2} = n_{21},$$

где $n_{21} = v_1/v_2$ называют показателем преломления второй среды по отношению к первой (относительным показателем преломления).

Поскольку небольшой участок любой гладкой поверхности можно аппроксимировать частью плоскости, то соотношения (1) (и, следовательно, законы отражения и преломления волн) справедливы для преломления и отражения лучей любых (а не только плоских) волн на гладкой поверхности любой формы. При этом, однако, значения углов падения в различных точках поверхности раздела могут быть различными. Если же на плоскую поверхность раздела падает плоская волна, то из законов отражения и преломления волн, очевидно, что отраженная и преломленная волны будут также плоскими.