Оптика. Лекция 2

Закон преломления света. Полное внутреннее отражение

На границе двух сред свет меняет направление своего распространения. Часть световой энергии возвращается в первую среду, т.е. происходит отражение света. Если вторая среда прозрачна, то часть света может пройти через границу сред, как правило, меняя направление распространения (при нормальном падении света на границу раздела прошедший свет не меняет направление распространения). Это явление называется *преломлением света*. Луч, распространяющийся в первой среде и достигающий границы, называется *падающим лучом*. Он составляет с перпендикуляром к границе, проведенным через точку падения, угол α_1, называемый *углом падения*. Луч, прошедший во вторую среду, называют *преломленным лучом*. Угол α_2, образуемый этим лучом с тем же перпендикуляром, называют *углом преломления*.

Наблюдения показывают, что с увеличением угла падения угол преломления растет, но не прямо пропорционально. Закон преломления был установлен экспериментально в 1621 году В. Снеллом (в латинизированной форме Snellius): *падающий луч, преломленный луч и перпендикуляр к границе раздела двух сред, восстановленный в точке падения луча, лежат в одной плоскости; отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для двух данных сред:*

$$\sin\alpha_1/\sin\alpha_2 = n_{21}.$$

Постоянная величина n_{21} называется ***относительным показателем преломления*** или *показателем преломления второй среды относительно первой*.

Определение. Показатель преломления среды относительно вакуума называют *абсолютным показателем* (или коэффициентом) *преломления* этой среды, при этом прилагательное «абсолютный» для краткости часто опускают.

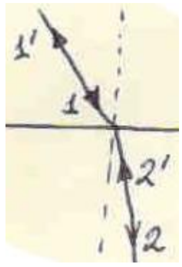
Оказывается, что показатель преломления среды зависит не только от её физического состояния (температура, плотность и т.п.), но и того, какой свет в ней распространяется: обычно для красного света он меньше, чем для зеленого, а для зеленого меньше, чем для фиолетового. Это явление – зависимость показателя преломления среды от цвета распространяющегося света было подробно исследовано Ньютоном. Оно получило название дисперсии света и будет подробнее обсуждаться позже.

Мы будем обозначать абсолютный показатель преломления буквой n, снабжая её, при необходимости индексом. Например, n_1 (абсолютный) показатель преломления первой среды, а n_2 – второй. *Среду с меньшим (большим) показателем преломления для света данного цвета принято называть оптически менее (более) плотной средой*.

Экспериментально установлено, что для любых двух сред 1 и 2 справедливо соотношение $n_{21} = n_2/n_1$. Поэтому закон преломления света (его часто называют законом Снелла или Снеллиуса) можно записать в виде:

$$\sin \alpha_1/\sin \alpha_2 = n_2/n_1.$$

Из последней формулы следует, что при преломлении света (так же как и при отражении) выполняется ***принцип обратимости хода световых лучей***. То есть луч 2′, пущенный во второй среде в направлении, противоположном преломленному лучу 2, будет распространяться в первой среде в направлении 1′, противоположном направлению падающего луча 1 (обратимость хода лучей при преломлении равносильна выполнению условия $n_{21} = 1/n_{12}$).

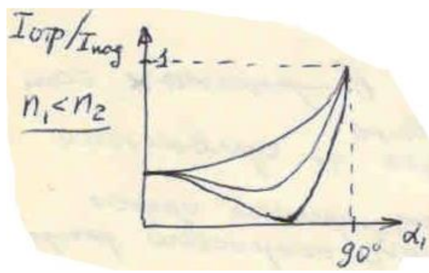


Заметим, что закон Снеллиуса может быть легко объяснен, если предположить, что свет это быстро распространяющаяся волна. В этом случае, как следует из сравнения закона Снеллиуса и закона преломления волн, абсолютный показатель преломления среды связан со скоростью распространения света в данной среде V и скоростью распространения света в вакууме c простым соотношением $n = c/V$. То есть в оптически более плотной среде ($n_1 > n_2$) скорость распространения волн меньше ($V_1 < V_2$).

В большинстве случаев приходится рассматривать переход света через границу *воздух – твердое тело* или *воздух – жидкость*, а не через границу *вакуум – среда*. Однако показатель преломления воздуха при нормальных условиях крайне незначительно отличается от единицы (например, для желтого света n_1=1,000292). Поэтому показатель преломления n твердого тела или жидкого вещества относительно воздуха очень незначительно отличается от абсолютного показателя n_2 того же вещества: $n = n_2/n_1 \approx n_2$.

Из закона Снеллиуса следует, если луч идет вдоль перпендикуляра к границе раздела ($\alpha_1 = 0$), то он проходит во вторую среду, не преломляясь ($\alpha_2 = 0$). Если же $\alpha_1 \neq 0$, то, попадая в оптически более плотную среду ($n_2 > n_1$), луч отклоняется в сторону перпендикуляра к границе двух сред ($\sin\alpha_2/\sin\alpha_1 = n_1/n_2 < 1 \Rightarrow \alpha_2 < \alpha_1$, если $\alpha_1 \neq 0$).

Следует также помнить, что преломленный пучок, как правило, не несет с собой *всей* световой энергии, которую несет падающий пучок. Часть света почти всегда отражается от поверхности и возвращается в первую среду. При этом оказывается, что зависимость интенсивности отраженного света от угла падения либо имеет ровно один минимум, либо является монотонно возрастающей. В любом случае при падении на оптически более плотные среды пучки, имеющие углы падения близкие к 90°, (*скользящие пучки*) отражаются почти полностью.



Еще более интересное явление происходит при падении луча на оптически *менее* плотную среду. В этом случае $n_1/n_2 > 1$, и, следовательно, если $\alpha_1 \neq 0$, то $\alpha_2 > \alpha_1$. То есть, переходя в оптически менее плотную среду, луч отклоняется в сторону от перпендикуляра к границе двух сред. Из закона преломления следует, что при угле падения

$$\alpha_{10} = \arcsin\,(n_2/n_1)$$

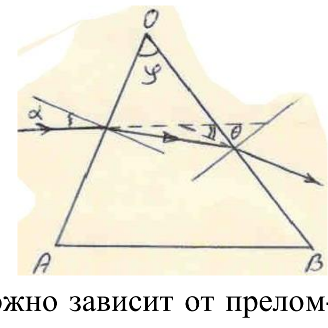
соответствующий угол преломления $\alpha_2 = 90°$, т.е. преломленный луч параллелен границе раздела двух сред. Если же $\alpha_1 > \alpha_{10}$, то преломленный луч в менее плотной среде отсутствует, и весь свет отражается от границы раздела. Это явление, открытое И. Кеплером в 1611 году, называется *полным внутренним отражением* (иногда просто *полным отражением*), а угол α_{10} – *предельным углом полного внутреннего отражения*.

Если полное внутреннее отражение происходит на границе с воздухом ($n_2 \approx 1$) то, очевидно, что $\alpha_0 = \arcsin\,(1/n)$. Соответственно, для воды ($n = 1{,}33$) предельный угол полного отражения примерно равен 48°, для стекла ($n = 1{,}5$) – ≈ 42°, для алмаза ($n = 2{,}4$) – ≈ 25°.

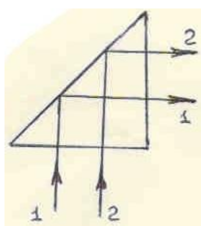
Полное внутреннее отражение используют в волоконной оптике для передачи света и изображения по пучкам прозрачных гибких волокон – световодов. Световод представляет собой стеклянное волокно цилиндрической формы, покрытое оболочкой с меньшим, чем у волокна, показателем преломления. За счет многократного полного отражения свет может распространяться без потерь, в том числе, по изгибающемуся световоду.

Ход лучей в треугольной призме

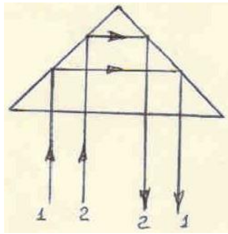
В оптических приборах часто используется треугольная призма, изготовленная из стекла или других прозрачных материалов. Такая призма применяется в биноклях, перископах и других устройствах. На рисунке изображено сечение стеклянной призмы плоскостью, перпендикулярной её боковым граням. Луч в призме преломляется дважды: на грани ОА и на грани ОВ. Угол φ между этими гранями называют *преломляющим углом призмы*. Угол θ отклонения луча довольно сложно зависит от преломляющего угла призмы φ, от показателя преломления n материала призмы и от угла падения α. При $n > 1$ призма отклоняет лучи к стороне, противолежащей преломляющему углу призмы (см. рисунок), если же $n < 1$ – то от этой стороны.

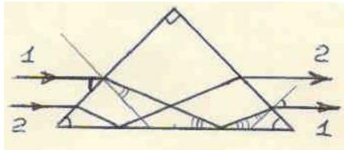


В оптических приборах особенно часто применяется стеклянная призма, основанием которой является равнобедренный прямоугольный треугольник. Ее применение основано на том, что предельный угол полного отражения для стекла меньше 45°. Поэтому в случаях, изображенных на рисунках, происходит полное внутреннее отражение. Призма на первом рисунке поворачивает пучок на 90°, что



необходимо, например, в перископе. Вторая призма изменяет направление пучка света на 180°. Последний рисунок показывает применение призмы для изменения порядка следования лучей, идущих из какого-либо оптического прибора: верхние лучи становятся нижними, и наоборот. При этом направление лучей не меняется. Последнее правда выполняется только для лучей, падающих на преломляющую грань призмы под углом 45°.

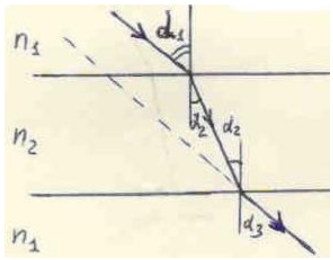




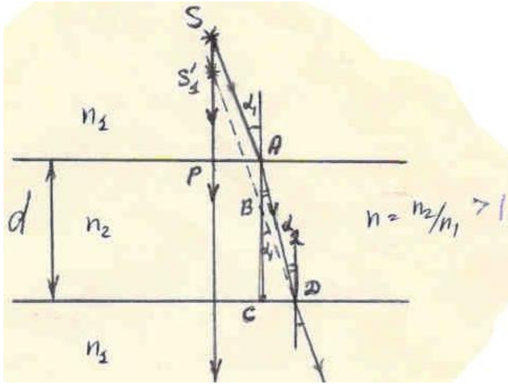
Ход лучей в плоскопараллельной пластине

В плоскопараллельной пластине угол падения и угол выхода луча из пластины, очевидно, равны друг другу. Для доказательства достаточно дважды воспользоваться законом Снеллиуса:

$$\sin \alpha_3 = (n_2/n_1) \sin \alpha_2 = (n_2/n_1)\,(n_1/n_2) \sin \alpha_1 = \sin \alpha_1.$$



При этом пластина смещает луч света параллельно самому себе на некоторое расстояние, зависящее от толщины пластины d, её относительного показателя преломления n и угла падения луча. В результате такого смещения лучей источник лучей при $n_2 > n_1$ кажется приближенным к поверхности пластины, а при $n_2 < n_1$ – удаленным от неё. Причем степень этого приближения или удаления сильно зависит от направления разглядывания источника.



Рассмотрим, например, случай, когда луч зрения нормален к пластине, т.е. в глаз попадают только те лучи от источника, которые падают на пластину под малым углом падения. Пусть угол падения одного из таких лучей равен α_1, а продолжение соответствующего луча, вышедшего из пластины, пересекает нормаль к пластине SP в точке S_1'. Так как падающий и вышедший лучи параллельны друг другу, то $|SS_1'| = |AB|$ (AC перпендикулярно пластине). Но (см. рисунок)

$$|AB| = d - |BC|,\quad |BC| = |CD| \operatorname{ctg} \alpha_1,\quad |CD| = |AC| \operatorname{tg} \alpha_2 = d \operatorname{tg} \alpha_2.$$

Поэтому

$$|SS_1'| = d(1 - \operatorname{tg} \alpha_2/\operatorname{tg} \alpha_1) \approx (\alpha_{1,2} - \text{малы}) \approx d\,(1 - \sin \alpha_2/\sin \alpha_1) = d\,(1 - n_1/n_2) = d(1 - 1/n).$$

То есть для всех лучей, падающих на пластину под малым углом, продолжения соответствующих лучей, вышедших из пластины, пройдут очень близко от точки S_1' (лежащей на одной нормали с источником S) такой, что

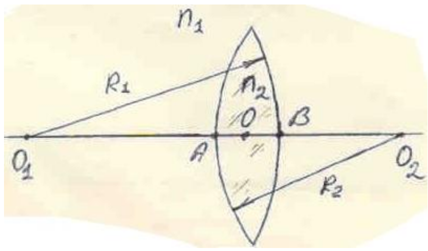
$$|SS_1'| = d(n - 1)/n.$$

Это означает, что точка S_1' будет изображением источника S при рассматривании последнего под нормальным углом зрения через пластину толщиной d.

Тонкие линзы. Фокусное расстояние линзы

До сих пор мы рассматривали преломление света на плоской границе двух сред. На практике, однако, широко используется преломление на криволинейных и, прежде всего, сферических поверхностях (сферические поверхности наиболее просты в изготовлении).

Определение. Прозрачное тело, ограниченное двумя криволинейными или криволинейной и плоской поверхностями, называют *линзой*.



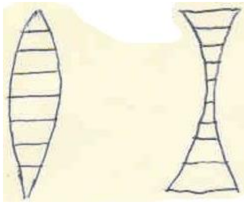
Обычно линзы делают из стекла.

Мы ограничимся рассмотрением наиболее широко используемых линз, поверхности которых имеют сферическую форму. Напомним также, что плоскую поверхность можно рассматривать как сферическую с бесконечно большим радиусом кривизны. Прямую O_1O_2, проходящую через центры ограничивающих линзу сферических поверхностей, называют ее ***главной оптической осью***. Мы рассмотрим только наиболее простой случай, когда толщина линзы $l = |AB|$ (см. рисунок) пренебрежимо мала по сравнению с радиусами кривизны R_1 и R_2 поверхностей линзы и расстоянием предмета от линзы. Такую линзу называют ***тонкой линзой***. В дальнейшем, говоря о линзе, мы всегда будем подразумевать тонкую линзу. Точки A и B – вершины сферических сегментов. В тонкой линзе они расположены столь близко друг от друга, что их можно принять за одну точку, которую называют ***оптическим центром линзы*** и обозначают буквой O. Главная оптическая ось тонкой линзы проходит через оптический центр. Любую другую прямую, проходящую через оптический центр, называют ***побочной оптической осью***.

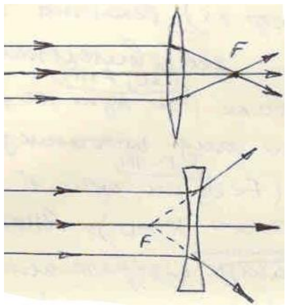
Можно доказать, что как и сферическое зеркало, линза создает изображение источника в параксиальных лучах. То есть исходящие из какой-либо точки A предмета *параксиальные лучи света* (*лучи, образующие малые углы с главной оптической осью тонкой линзы и проходящие вблизи ее оптического центра*) после преломления в линзе снова собираются вблизи одной точки – изображения точки A. Если по выходе из линзы пересекаются сами лучи, то изображение называется действительным. Если же прошедшие через линзу лучи расходятся, и пересекаются в одной точке их продолжения, то изображение называется мнимым. Мнимое изображение нельзя наблюдать на экране, но его можно увидеть непосредственно или с помощью оптических приборов, например, сфотографировать.

По форме ограничивающих поверхностей различают шесть типов сферических линз. У трех из них середина толще, чем края. Это вогнуто-выпуклая линза:)); двояковыпуклая линза: (); плосковыпуклая линза: |). У трех других типов линз, наоборот, края толще, чем середина. Это двояковогнутая линза:)(, плосковогнутая линза |(; выпукло-вогнутая линза: ((.

Любую из сферических линз можно представить как совокупность призм. *Если абсолютный показатель преломления n_2 материала линзы больше, чем абсолютный показатель преломления n_1 окружающей линзу среды* ($n = n_2/n_1 > 1$), то каждая такая призма будет отклонять лучи к большему основанию. В результате все лучи, идущие через линзу, у которой середина толще краев (и $n > 1$), будут отклоняться в сторону ее главной оптической оси. Такие линзы называются *собирающими*. Наоборот, лучи, проходящие через линзу, у которой середина тоньше краев (и $n > 1$), будут отклоняться в сторону от главной оптической оси, т.е. рассеиваться. Такие линзы называют *рассеивающими*. Подчеркнем, что линза, рассеивающая в одной среде (например, двояковогнутая с $n_2 > n_{ср}$) становится собирающей в другой среде с показателем преломления $n_{ср1}$ большим, чем у материала линзы ($n_{ср1} > n_2$).



Определение. Точка, в которой пересекаются после преломления в собирающей линзе параксиальные лучи, падающие на линзу параллельно главной оптической оси, называется ***главным фокусом собирающей линзы***.

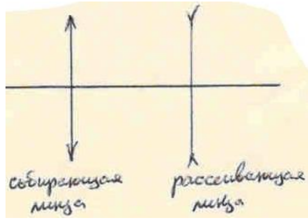


Определение. Точка, в которой пересекаются продолжения преломленных в рассеивающей линзе параксиальных лучей, падающих на линзу параллельно главной оптической оси, называется ***главным фокусом рассеивающей линзы***. Он является мнимым.

Фокусы линз обозначают буквой F.

Лучи, параллельные главной оптической оси, можно, конечно, направить на линзу и с противоположной стороны. Точка, в которой после преломления в линзе сойдутся сами лучи или их продолжения, будет другим главным фокусом, т.е. главных фокусов у линзы два. Позже мы докажем, что в однородной среде они располагаются по обе стороны линзы на одном и том же расстоянии от нее. Это расстояние называется ***фокусным расстоянием*** линзы; его обозначают обычно буквой F (той же буквой, что и фокусы).

Если на линзу падает пучок параксиальных лучей, параллельных побочной оси линзы, то точку пересечения преломленных лучей (или их продолжений – для рассеивающей линзы) называют ***побочным фокусом линзы***. Как и в случае сферического зеркала, можно показать, что для малых углов между главной и побочной оптическими осями, побочные фокусы распложены вблизи плоскости, проходящей через главный фокус линзы перпендикулярно главной оптической оси. Эту плоскость называют ***фокальной плоскостью линзы***. Заметим так же, что плоскость, проходящую через оптический центр линзы перпендикулярно её главной оптической оси, называют ***главной плоскостью линзы***. Главную плоскость собирающей и рассеивающей линзы обозначают по-разному (см. рисунок).

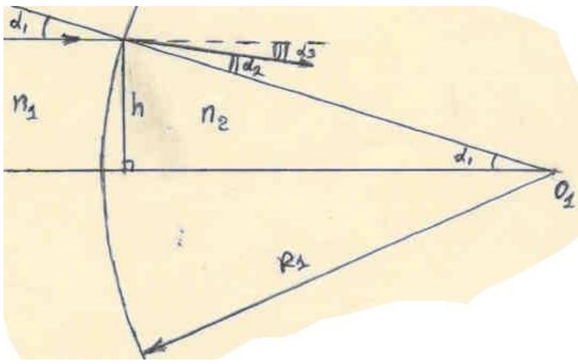


Определение. Величину, обратную фокусному расстоянию, называют *оптической силой линзы*: $D = 1/F$.

Оптическую силу линз, как и зеркал, измеряют в диоптриях. Фокусное расстояние и, следовательно, оптическую силу рассеивающей линзы считают отрицательными.

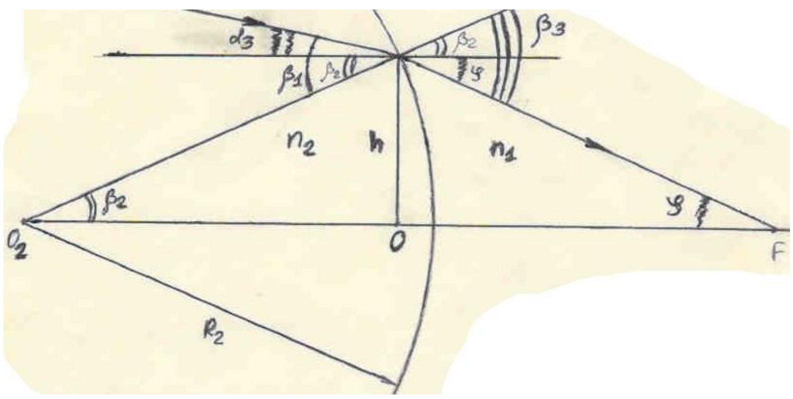
Формула для фокусного расстояния линзы

Для определенности найдем фокусное расстояние тонкой двояковыпуклой линзы, ограниченной сферическими поверхностями с радиусами кривизны R_1 и R_2. Пусть материал линзы имеет показатель преломления n_2, а окружающая среда – n_1. Обозначим $n = n_2/n_1$. Рассмотрим ход параксиального луча, параллельного главной оптической оси линзы и падающего на линзу на расстоянии h от её оси ($h << R_1$, $h << R_2$!). После преломления на первой поверхности линзы с радиусом кривизны R_1 луч будет составлять с главной оптической осью угол $\alpha_3 = \alpha_1 - \alpha_2$ (см. рисунок), причём $\sin\,\alpha_1 = h/R_1$. По закону Снеллиуса $\sin\alpha_1/\sin\alpha_2 = n_2/n_1 = n$. Учитывая, что $h/R_1 << 1$, получаем, что углы α_1, α_2 и α_3 малы, т.е. их синусы примерно равны самим углам. Поэтому



$$\alpha_1 \approx h/R_1,\ \ \alpha_2 \approx \alpha_1/n,\ \ \alpha_3 \approx (1 - 1/n)\alpha_1.$$

Рассмотрим теперь преломление на второй сферической поверхности радиуса R_2. Поскольку линза тонкая, то можно считать, что луч падает на её вторую поверхность так же на расстоянии h от главной оптической оси. Однако теперь он составляет с осью угол α_3. Тогда после преломления на второй сферической поверхности линзы луч будет составлять с главной оптической осью угол $\gamma = \beta_3 - \beta_2$ (см. рисунок). Причем по закону Снеллиуса $\sin\beta_3/\sin\beta_1 = n_2/n_1 = n$, а из геометрических соображений $\sin\beta_2 = h/R_2$, $\beta_1 = \alpha_3 + \beta_2$. Учитывая, что угол α_3 мал и $h/R_2 << 1$, получаем, что, углы β_1, β_2, β_3 также малы, т.е. их синусы примерно равны самим углам. Поэтому



$$\beta_2 \approx h/R_2; \quad \beta_3 = n(\alpha_3 + \beta_2); \quad \gamma = n\alpha_3 + (n - 1)\beta_2.$$

Подставляя сюда полученные ранее выражения для α_3 и α_1, окончательно получим

$$\gamma = (n-1)\alpha_1 + (n-1)\beta_2 = (n-1)(\alpha_1 + \beta_2) = (n-1)(1/R_1 + 1/R_2)h.$$

Остается заметить, что фокусное расстояние линзы

$$F \approx |OF| = h/\mathrm{tg}\gamma \approx h/\gamma = 1/[(n-1)(1/R_1 + 1/R_2)].$$

То есть оптическая сила линзы

$$D = \frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Мы доказали эту формулу для случая двояковыпуклой линзы. Но она справедлива для любой сферической линзы, если радиусы кривизны её поверхностей считать алгебраическими величинами: *радиус кривизны выпуклой поверхности* (линза и центр кривизны поверхности лежат по одну сторону от поверхности) – *положительным, а радиус кривизны вогнутой поверхности – отрицательным*. Заметим, что у плоской поверхности радиус кривизны бесконечно велик, и она не даёт вклада в оптическую силу линзы.

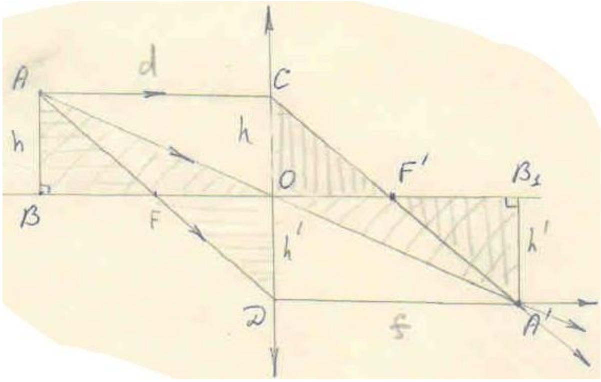
Формула тонкой линзы. Поперечное увеличение линзы

Как уже говорилось, можно доказать, что все *параксиальные* лучи (или их продолжения), вышедшие из какой-либо точки предмета, пройдя сквозь линзу, пересекаются вблизи одной точки. Именно благодаря этому свойству тонкая линза даёт изображение любой точки предмета, и, следовательно, всего предмета в параксиальных лучах. Положение этого изображения можно найти строя ход любых двух *параксиальных* лучей. Обычно пользуются тремя видами лучей, ход которых строится наиболее просто. Прежде всего, это лучи, параллельные главной оптической оси. Преломившись в линзе, они проходят через ее фокус (по определению последнего). Из обратимости хода лучей следует, что параксиальные лучи, идущие к линзе через её фокус, после преломления пойдут параллельно главной оптической оси. Наконец, *параксиальные* лучи, проходящие через оптический центр линзы, не меняют своего направления, а лишь испытывают малое параллельное смещение. Это нетрудно понять, т.к. центральная часть линзы может быть представлена как часть *плоскопараллельной* пластинки (в отличие от других частей линзы, похожих на призмы). В случае тонкой линзы, её толщина, и, следовательно, параллельное смещение лучей, проходящих через оптический центр линзы, мало, и им можно пренебречь.

Пусть точка A лежит на расстоянии h от оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием F, причём h много меньше F, а также расстояния $d = |AC|$ от точки A до главной плоскости линзы (см. рисунок). Тогда два выходящих из точки A луча: луч, параллельный главной оптической оси, и луч, проходящий через оптический центр линзы, будут параксиальными. Поэтому после прохождения линзы они пройдут через точку A', являющуюся изображением точки A. Пусть точки B и B_1 – основания перпендикуляров, опущенных из точек A и A' соответственно. Из подобия треугольников COF' и $F'A'B_1$, а также треугольников $A'B_1O$ и ABO имеем соответственно

$$h'/|CO| = |F'B_1|/|OF'| \equiv (f - F)/F, \quad h'/h = f/d, \tag{1}$$

где $h' = |B_1A'|$, $f = |A'D|$ – расстояние от изображения до линзы (ее главной плоскости). Прямые AC, BB_1 и DA' параллельны, значит $|OD| = h'$, $|CO| = h$, и из (1) имеем:



$$h'/h = f/d = (f - F)/F. \tag{2}$$

Откуда $f\,d = d\,F + F\,f$. Поделив все члены равенства (2) на произведение Ffd, получим

$$1/d + 1/f = 1/F.$$

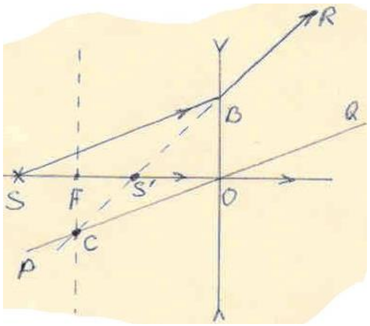
Полученное соотношение называют ***формулой тонкой линзы***. Мы доказали её для случая получаемого с помощью собирающей линзы действительного изображения действительного источника. Однако, она справедлива и в общем случае, если пользоваться теми же правилами знаков для входящих в нее величин, что и в случае сферического зеркала. А именно считать *расстояния от действительного предмета или изображения до линзы положительными, а расстояния от мнимого изображения или предмета – отрицательными. При этом фокусное расстояние собирающей линзы считается положительным, а рассеивающей линзы – отрицательным*.

Из формулы линзы следует важное следствие: расстояние от изображения до линзы *не зависит* от удаленности h предмета от главной оптической оси (если, конечно, $h << F$, $h << d$). Это означает, что ***изображением небольшого отрезка AB, перпендикулярного главной оптической оси, будет отрезок $A'B_1$ (см. рисунок), также ей перпендикулярный***. Отношение их длин называют ***поперечным линейным увеличением линзы*** (иногда просто линейным увеличением). Из формулы (2) и формулы линзы имеем:

$$\Gamma = |h'/h| = |A'B_1|/|AB| = f/d = (f - F)/F = |F/(d - F)|.$$

Построение изображения в линзах

Рассмотрим еще случай, когда необходимо построить изображение точки, расположенной на главной оптической оси линзы. Трудность заключается в том, что все три удобных параксиальных луча сливаются в один, совпадающий с главной оптической осью. Поэтому возникает необходимость построить ход произвольного *параксиального* луча SB, попавшего в линзу в точке B (см. рисунок). Для построения преломленного луча проведем побочную оптическую ось PQ, параллельную лучу SB. Пусть для определенности линза рассеивающая. Тогда *продолжение* преломленного луча BR пресечет побочную оптическую ось в побочном фокусе (по определению побочного фокуса), который для параксиальных лучей лежит вблизи фокальной плоскости. Иными словами, это продолжение должно пройти через точку C пересечения фокальной плоскости с побочной оптической осью. Таким образом, построен ход двух лучей (SB и SO), выходящих из точки S. После преломления в линзе эти лучи расходятся, поэтому изображение S' точки S будет мнимым. Заметим, что как нетрудно видеть, рассеивающая линза всегда дает мнимое изображение действительного источника.



Таким образом, ход параксиальных лучей после тонкой линзы полностью определяется расположением её оптического центра и главных фокусов. В связи с этим отпадает необходимость изображать на чертеже точный вид сферических поверхностей линзы. Вместо этого обычно указывают положение её фокусов и главной плоскости (или оптического центра). Более того, действуя также как в случае сферического зеркала, можно доказать, что ***положение изображения, даваемого линзой в параксиальных лучах, можно находить с помощью произвольных лучей, если строить их ход преломленных линзой лучей по технологии, описанной и обоснованной выше для параксиальных лучей***. При этом реальное направление распространения других лучей, конечно, будет существенно отличаться от направления, найденного этим способом. Однако для нахождения положения изображения в параксиальных лучах нам не нужно знать реальный ход не параксиальных лучей.