

## Тепловые и холодильные машины. Обратимые процессы.

### Второе начало термодинамики

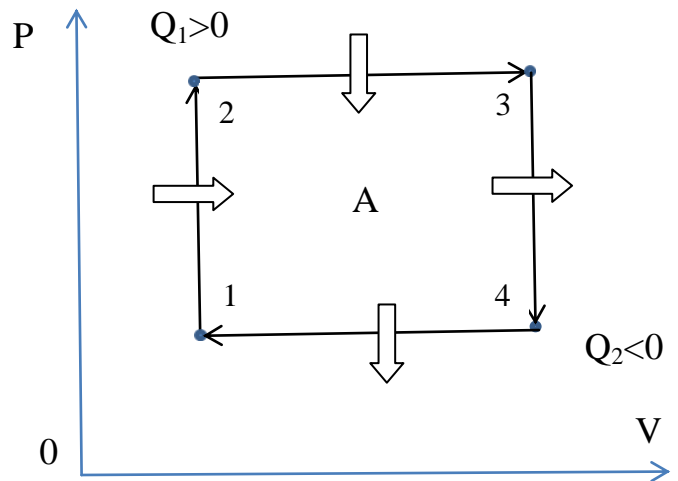
#### (Лекция 3).

#### Тепловые машины. КПД тепловых машин.

*Назначение тепловых машин – превращение теплоты в работу.*

Представим себе вертикальный цилиндр поперечного сечения  $S$  с подвижным поршнем массой  $m$ , который может двигаться в некотором диапазоне высот  $\Delta h$  (имеются упоры в крайних нижнем и верхнем положениях поршня). Под поршнем находится газ. Сверху на поршень действует атмосферное давление  $P_0$ . Пусть в начальном состоянии (точка 1, см. рисунок) поршень находится в крайнем нижнем положении и его давление равно  $P_1 = P_0 + mg/S$ . На поршень кладут груз массой  $M$ . Если газу сообщить теплоту  $Q_1$ , он будет нагреваться и когда его давление превысит величину  $P_2 = P_0 + (m + M)g/S$  (точка 2), он начнет изобарически расширяться, поднимая поршень с грузом. При этом за счет сообщенной теплоты будет совершена полезная работа по подъему груза. Однако рано или поздно поршень достигнет крайнего верхнего положения (точка 3), и дальнейший подъем станет невозможным. Машина перестанет

работать. Ее работу можно возобновить, сняв груз в верхнем положении и охладив газ до исходной температуры, забрав для этого некоторое количество теплоты  $Q_2$ . Давление при этом начнет падать, и, когда оно уменьшится до исходного давления (точка 4,  $P_4 = P_1$ ), газ начнет изобарически сжиматься. Через некоторое время поршень опустится до крайнего нижнего положения, и машина вернется в исходное состояние (точка 1). После этого процесс можно будет повторить: положить на поршень новый груз и поднять его и т.д.



Пример цикла тепловой машины.

В первой фазе процесса теплота  $Q_1$  переходит к рабочему телу от нагревателя. Часть теплоты при этом расходуется на совершение рабочим телом работы  $A_1 = P_2(V_3 - V_2)$ . Во

второй фазе теплота  $Q_2$  переходит от рабочего тела к холодильнику, а над рабочим телом совершается работа  $A_{2\text{внеш}} = P_1(V_3 - V_2)$ . Сам газ при этом совершает отрицательную работу  $A_2 = -A_{2\text{внеш}} = -P_1(V_3 - V_2)$ . Полная работа, совершенная рабочим телом за цикл, пропорциональна площади цикла на  $P$ - $V$  диаграмме и равна  $A = A_1 + A_2 = (P_2 - P_1)(V_3 - V_2) = Mg(V_3 - V_2)/S = Mg\Delta h$  – полезная работа по поднятию груза  $M$  на высоту  $\Delta h$ .

В рассмотренной модели отражены *основные принципы устройства и работы тепловых машин*: 1) Тепловая машина должна работать циклически. 2) Тепловая машина должна иметь нагреватель (источник тепла), рабочее тело и холодильник. В рассмотренном примере рабочим телом является газ, но, вообще говоря, это не обязательно.

При этом работа за цикл  $A$  будет положительной, если цикл проходит по часовой стрелке: сжатие рабочего тела будет производиться при меньшем давлении, чем расширение (в частях цикла, соответствующих одному и тому же объему рабочего тела). Ясно, что это возможно, если температура, при которой происходит сжатие (температура холодильника) меньше температуры, при которой происходит расширение (температура нагревателя).

Совершив один цикл, система возвращается в исходное термодинамическое состояние, т.е. изменение ее внутренней энергии равно нулю. Поэтому в соответствии с I началом термодинамики, совершенная рабочим телом за цикл работа  $A = Q_1 + Q_2 = Q_1 - |Q_2|$ .

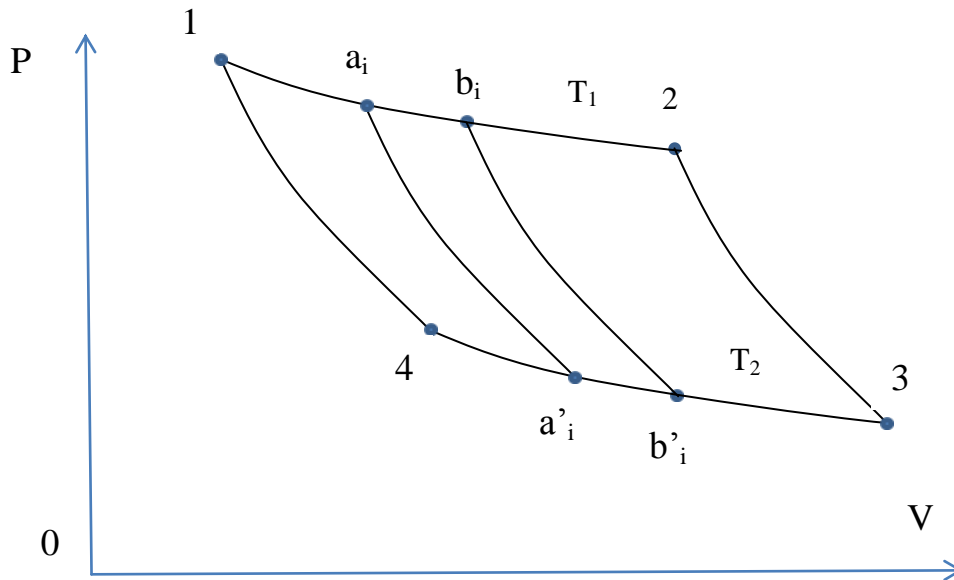
Важной характеристикой любой тепловой машины является ее **термодинамический коэффициент полезного действия (КПД)**  $\eta$ , который равен отношению совершенной за цикл работы к затраченному (*подведенному от нагревателя!*) количеству теплоты:

$$\eta = A/Q_1 = [Q_1 + Q_2]/Q_1 = 1 + Q_2/Q_1 = 1 - |Q_2|/Q_1. \quad (8)$$

Коэффициент полезного действия цикла  $\eta$  зависит от конкретных процессов, составляющих цикл и от температурных пределов, в которых работает конкретная тепловая машина, а также может зависеть от рабочего тела. Обычно КПД тепловых машин меняется в пределах от 10 до 40 %.

В качестве примера найдем КПД, так называемого, цикла Карно, образованного двумя изотермическими (12 и 34), а также двумя адиабатическими (23 и 41) квазистационарными процессами. Гипотетическая тепловая машина, работающая по такому циклу, называется идеальной, т.к., как оказывается, она имеет максимально возможный КПД при фиксированных температурах нагревателя и холодильника. Более того, оказывается, что КПД

идеальной машины не зависит от того, что используется в качестве ее рабочего тела. Мы будем считать, что это идеальный газ.



Цикл Карно, рабочее тело – идеальный газ.

Для расчета КПД любого цикла надо, прежде всего, разобраться на каких участках цикла рабочее тело получает тепло, а на каких отдает. Очевидно, что на участках 23 и 41 теплообмена нет вообще (это адиабаты). Кроме того, т.к. внутренняя энергия идеального газа зависит только от температуры, то на изотерме она постоянна и, следовательно, по I началу термодинамики газ получает тепло при изотермическом расширении (оно расходуется на совершение газом работы) и отдает при изотермическом сжатии. Таким образом, газ получает тепло на участке 12 и отдает на участке 34:  $Q_1 = Q_{12} > 0$ ,  $Q_2 = Q_{34} < 0$ .

Разобьем изотерму 12 на  $N$  небольших участков и проведем через все их концы семейство адиабат. Поскольку адиабаты данного идеального газа на  $P - V$  диаграмме либо совпадают, либо не имеют общих точек (см. уравнение Пуассона), то наше семейство адиабат разобьет изотерму 34 также на  $N$  участков. Т.е. для любого участка  $a_i b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) изотермы 12 на изотерме 34 найдется такой участок  $b'_i a'_i$ , что  $a_i a'_i$  и  $b_i b'_i$  – адиабаты. Пусть  $\delta Q_{i,ab}$  – количество теплоты, полученное газом на участке  $a_i b_i$  ( $\delta Q_{i,ab} > 0$ ), а  $|\delta Q_{i, b' a'}|$  – количество теплоты, отданное газом на участке  $b'_i a'_i$  ( $\delta Q_{i, b' a'} < 0$ ). Очевидно,

$$Q_1 = \sum_{i=1}^N \delta Q_{i,ab}, \quad Q_2 = \sum_{i=1}^N \delta Q_{i,b'a'}. \quad (9)$$

С другой стороны, учитывая малость участков  $a_i b_i$  и  $b'_i a'_i$  и пользуясь первым началом термодинамики (опуская для краткости индекс  $i$ ), имеем:

$$\delta Q_{ab} = \delta A_{ab} = P_a(V_b - V_a) = \nu RT_1(V_b - V_a)/V_a = \nu RT_1(V_b/V_a - 1), \quad (10.1)$$

$$\delta Q_{b'a'} = \delta A_{b'a'} = P_{a'}(V_{a'} - V_{b'}) = \nu RT_2(V_{a'} - V_{b'})/V_{a'} = -\nu RT_2(V_{b'}/V_{a'} - 1). \quad (10.2)$$

где  $T_1$  – температура газа на изотерме 12 (температура нагревателя), а  $T_2$  – температура газа на изотерме 34 (температура холодильника),  $\nu$  – число молей газа.

Но из уравнения адиабаты в форме (6.1) следует, что

$$T_1(V_a)^{\gamma-1} = T_2(V_{a'})^{\gamma-1}, \quad T_1(V_b)^{\gamma-1} = T_2(V_{b'})^{\gamma-1}, \quad (11)$$

где  $\gamma = C_p/C_v$  – показатель адиабаты, причем в силу уравнения Майера  $\gamma \neq 1$ . Разделив второе уравнение в (11) на первое и возведя полученное равенство в степень  $1/(\gamma - 1)$ , получим:

$$V_b/V_a = V_{b'}/V_{a'} \quad (12)$$

Разделив уравнение (10.2) на уравнение (10.1) и учитывая (12), окончательно получим, что для всех  $i$

$$\delta Q_{i,b'a'}/\delta Q_{i,ab} = -T_2/T_1, \text{ т.е. } \delta Q_{i,b'a'} = (-T_2/T_1) \delta Q_{i,ab}. \quad (13)$$

Подставляя (13) в первую формулу (9) и учитывая вторую формулу (9), получим:

$$Q_2 = \sum_{i=1}^N \delta Q_{i,b'a'} = -\frac{T_2}{T_1} \sum_{i=1}^N \delta Q_{i,ba} = -\frac{T_2}{T_1} Q_1. \quad (14)$$

И наконец, подставляя (14) в определение КПД тепловой машины (8), получим, что КПД идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно, равно:

$$\eta_K = 1 - T_2/T_1. \quad (15)$$

Заметим, что, если бы участки 12 и 34 не были изотермами, то формула (13) имела бы вид:

$$-\delta Q_{i,b'a'} = (T_{2i}/T_{1i}) \delta Q_{i,ab} \geq (T_2/T_1) \delta Q_{i,ba}, \quad (16)$$

где  $T_1$  – максимальная температура газа на участке 12 (температура нагревателя), а  $T_2$  – минимальная температура газа на участке 34 (температура холодильника). В (16) учтено, что все  $\delta Q_{i,ba} > 0$ . Соответственно вместо равенства (14) мы получили бы неравенство:

$$Q_2 = \sum_{i=1}^N \delta Q_{i,b'a'} \leq -\frac{T_2}{T_1} \sum_{i=1}^N \delta Q_{i,ba} = -\frac{T_2}{T_1} Q_1. \quad (17)$$

Подставляя (17) в определение КПД тепловой машины (8) получаем оценку сверху для КПД произвольного цикла, использующего в качестве рабочего тела идеальный газ:

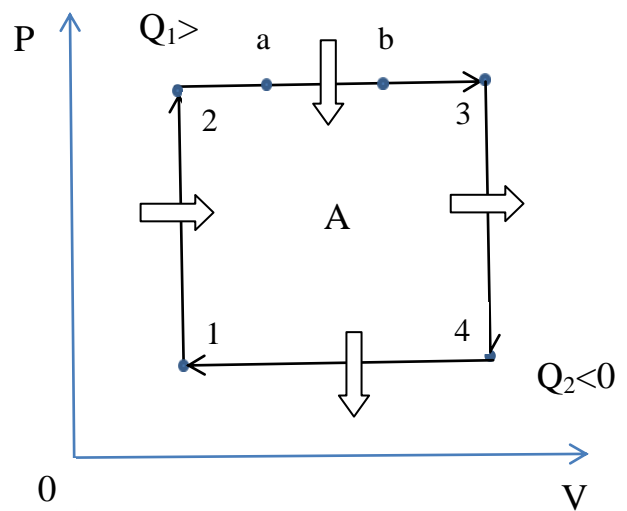
$$\eta \leq 1 - T_2/T_1. \quad (18)$$

Формула (18) доказывает, что идеальная тепловая машина имеет максимально возможный КПД среди всех тепловых машин, использующих в качестве рабочего тела идеальный газ и работающих в фиксированном температурном диапазоне, т.е. рабочее тело которых не охлаждается до температур меньших  $T_2$  и не нагревается выше температуры  $T_1$ . Кроме того, видно, что одним из способов повышения КПД тепловой машины, является расширение температурного диапазона, в котором она работает: понижение температуры холодильника и повышение температуры нагревателя.

### Холодильная машина. Тепловой насос.

Интересные явления происходят при изменении направления процессов в цикле тепловой машины. Рассмотрим на  $P - V$  диаграмме два одинаковых по форме цикла, идущих в противоположных направлениях. Цикл, происходящий в направлении «по часовой стрелке», обычно называют **прямым**. Он соответствует работе некоторой тепловой машины. Цикл, идущий в направлении «против часовой стрелки» называют **обратным**.

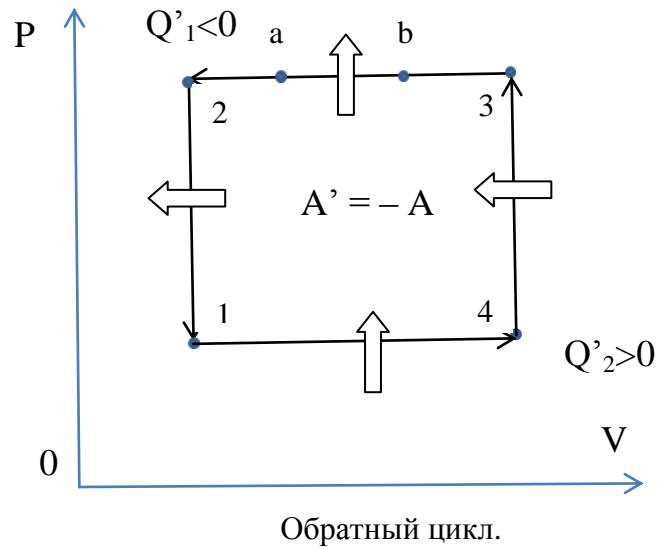
Очевидно, что на любом участке «ba» обратного цикла знаки изменения внутренней энергии системы и совершаемой ею работы противоположны знакам изменения внутренней энергии и работы системы на аналогичном участке «ab» прямого цикла. Следовательно, по первому началу термодинамики, сколько тепла  $Q_1 > 0$  рабочее тело в прямом цикле получает, столько же на аналогичных участках



Прямой цикл.

обратного цикла она отдает:  $Q'_1 = -Q_1 < 0$ . И наоборот: сколько тепла  $Q_2 < 0$  система в прямом цикле отдает, столько же она в обратном цикле получает:  $Q'_2 = -Q_2 > 0$ .

При этом в обратных циклах холодильником по-прежнему называют тело с более низкой температурой, хотя теперь оно отдает тепло ( $Q'_2 > 0$ ), а нагревателем – тело, имеющее более высокую температуру, хотя теперь оно тепло получает ( $Q'_1 < 0$ ). Причем, как следует из первого начала термодинамики:



$$Q'_1 + Q'_2 + A^{\text{внеш}} = 0 \text{ или } -|Q'_1| + Q'_2 + A^{\text{внеш}} = 0, \quad (19)$$

где  $A^{\text{внеш}}$  – работа, совершаемая над рабочим телом в обратном цикле. Очевидно,  $A^{\text{внеш}} = -A' = -(-A) = A$  – работа, совершаемая рабочим телом в прямом цикле. Заметим, что в силу (19)

$$|Q'_1| = Q'_2 + A^{\text{внеш}} > Q'_2. \quad (20)$$

Таким образом, в результате проведения обратного цикла теплота переходит от более холодного тела к более горячему, причем горячее тело получает большее количество теплоты, чем отдает холодное. Иными словами, устройство, работающее по обратному циклу, одновременно выполняет функции **холодильной машины** и **теплового насоса**.

Эффективность работы **холодильной машины** характеризуют **холодильным коэффициентом**  $\xi$ , равным отношению количества теплоты  $Q'_2$ , отнятого от холодильной камеры, к работе  $A^{\text{внеш}}$ , совершенной электродвигателем:

$$\xi = \frac{Q'_2}{A^{\text{внеш}}} = \frac{|Q'_1| - A^{\text{внеш}}}{A^{\text{внеш}}} = \frac{Q_1}{A} - 1 = \frac{1}{\eta} - 1, \quad (21)$$

где  $\eta$  – КПД гипотетической тепловой машины, работающей по прямому циклу. Очевидно, что для холодильной машины, работающей по обратному циклу Карно

$$\xi_K = \frac{T_n}{T_n - T_x} - 1 = \frac{T_x}{T_n - T_x}. \quad (22)$$

Т.е. наиболее эффективно удастся забирать тепло при не очень большой разности температур охлаждаемого тела и тела, которому забранное тепло передается.

Поскольку устройство, работающее по обратному циклу, не только охлаждает холодное тело, но и нагревает более горячее, то его можно использовать также, например, для обогрева помещения за счет внутренней энергии более холодного наружного воздуха. При таком использовании машины, работающей по обратному циклу, ее называют **тепловым насосом**. Эффективность теплового насоса характеризуется **отопительным коэффициентом  $\Psi$** , равным отношению количества теплоты, которое получает отапливаемое помещение, к производимой при этом работе  $A^{\text{внеш}}$  над рабочим телом (например, к работе электродвигателя):

$$\psi = \frac{|Q_1'|}{A^{\text{внеш}}} = \frac{Q_1}{A} = \frac{1}{\eta} = \xi + 1. \quad (23)$$

Очевидно, что для машины, работающей по обратному циклу Карно в режиме теплового насоса отопительный коэффициент

$$\psi_K = \frac{T_n}{T_n - T_x}. \quad (24)$$

Пусть, например, температура наружного воздуха  $t_x = 0^\circ\text{C}$ , а внутри помещения  $t_n = 20^\circ\text{C}$ . Тогда отопительный коэффициент теплового насоса, работающего по обратному циклу Карно в указанном диапазоне температур, будет равен  $\psi_K = 293\text{K}/20\text{K} = 14,5$ . Значит, пользуясь тепловым насосом, работающим за счет электрической энергии двигателя, мы можем «накачать» в данное помещение примерно в 15 раз большее количество теплоты, чем получили бы от электронагревательного прибора при том же расходе электрической энергии.

### **Обратимые и необратимые процессы. Флуктуации.**

**Определение.** Пусть в результате какого-либо процесса система переходит из начального состояния А в другое состояние Б. Тогда, если возможно вернуть ее хотя бы одним способом в исходное состояние А и притом так, чтобы во всех остальных телах в итоге не произошло никаких изменений по сравнению с их начальными состояниями, то этот процесс называется **обратимым**. Если же это сделать невозможно, то процесс называется **необратимым**.

Рассмотрим для примера простую систему – идеальный газ в сосуде. Пусть первоначально газ находится в одной из половинок сосуда, а в другой половине создан вакуум. Если убрать перегородку, то газ самопроизвольно перейдет в новое равновесное состояние, заняв весь объем сосуда. Возникает вопрос: удастся ли после этого нам обнаружить состояние, при котором все молекулы газа собрались бы вновь в одной половинке сосуда хотя бы ненадолго, с тем, чтобы мы вновь поставив заслонку, смогли бы вернуть газ в первоначальное состояние? Опыт дает отрицательный ответ. Чтобы понять, почему это происходит, воспользуемся молекулярно – кинетическими представлениями.

Если в сосуде одна молекула, то число различных способов ее распределения между половинками сосуда  $N = 2$  – молекула находится либо в одной, либо в другой половине сосуда. В случае двух частиц они будут распределяться между половинками сосуда независимо друг от друга и поэтому число различных способов их распределения между половинками сосуда  $N = 2 \cdot 2 = 2^2$ . Если же в сосуде  $n$  частиц, то число различных способов их распределения по половинкам сосуда будет равно  $N = 2^n$ . Однако при любом  $n$  существует только один случай, когда все частицы находятся в левой части сосуда, и один случай, когда все частицы находятся в правой части сосуда. Поэтому вероятность застать их все в одной половине сосуда  $P_0 = 2/2^n = 1/2^{(n-1)}$ . Как известно, число молекул газа, содержащихся в термодинамической системе огромно (по определению термодинамической системы!). Так, например, в одном моле их примерно  $6 \cdot 10^{23}$  штук. Именно поэтому интересующее нас событие в случае термодинамической системы настолько маловероятно, что его можно считать практически невозможным.

С другой стороны, рассуждая аналогично можно показать, что равномерное распределение молекул по объему сосуда является наиболее вероятным состоянием. А вероятность распределения частиц в однородной термодинамической системе, отличного от равномерного, быстро убывает по мере увеличения степени относительной неравномерности. Именно поэтому газ, предоставленный сам себе, самопроизвольно переходит именно в состояние с равномерным распределением молекул, но при этом время от времени в нем наблюдаются небольшие самопроизвольные отклонения от такого состояния, называемые **флуктуациями**. И это характерно для всех самопроизвольных (релаксационных) процессов: **релаксационные процессы в изолированной термодинамической системе всегда происходят в направлении перехода от менее вероятного состояния в более вероятное состояние. И именно поэтому все релаксационные процессы являются необратимыми!** И



наоборот, **все квазистационарные процессы обратимы**. Последнее связано с тем, что квазистатический процесс состоит из последовательности очень близких между собой состояний равновесия, точнее, состояний, бесконечно мало отличающихся от равновесных. В результате в системе практически отсутствуют необратимые релаксационные процессы самопроизвольного перехода из неравновесного (маловероятного) состояния в равновесное (наиболее вероятное) состояние.

### **Понятие о втором начале термодинамики**

Как оказывается, факт необратимости релаксационных процессов имеет настолько большое значение, что составляет суть II начала термодинамики. Существует несколько его равносильных формулировок.

**Принцип Клаузиуса** (второе начало ТД в формулировке Р. Клаузиуса, 1850 год): невозможен процесс, *единственным* результатом которого была бы передача энергии от холодного тела к горячему.

Разумеется, совершая работу за счет внешнего источника энергии, можно отбирать энергию у холодного тела и передавать ее горячему. Это, например, происходит в холодильных машинах. Однако, при этом переход энергии от более холодного тела к более горячему не является единственным результатом процесса.

**Принцип Томсона** (второе начало ТД в формулировке У. Томсона (Кельвина), 1851 год): в циклически действующей тепловой машине невозможен процесс, единственным результатом которого было бы преобразование в механическую работу всего количества теплоты, полученного системой от нагревателя.

Принцип Томсона эквивалентен утверждению о невозможности вечного двигателя 2-го рода, т.е. тепловой машины с КПД равным единице.

Эти две формулировки второго начала термодинамики равносильны. Пусть, например, принцип Томсона справедлив. Докажем, что в этом случае справедлив и принцип Клаузиуса. Предположим противное: пусть количество теплоты  $Q_2$ , отданное рабочим телом тепловой машины холодильнику, может (вопреки принципу Клаузиуса) перейти обратно от холодильника к нагревателю без каких-либо других изменений. Но тогда получится, что возможен процесс, единственным результатом которого было бы преобразование в

механическую работу всего количества теплоты  $Q_1 - |Q_2|$ , полученного системой от нагревателя. Получаем противоречие с принципом Томсона, а значит наше предположение о возможности нарушения принципа Клаузиуса неверно. Таким образом, мы доказали, что принцип Клаузиуса следует из принципа Томсона. Аналогично можно доказать и обратное утверждение: из справедливости принципа Клаузиуса следует справедливость принципа Томсона.

Пользуясь принципами Томсона или Клаузиуса можно получить целый ряд других важных результатов:

1) доказать, что КПД идеальной тепловой машины (машины, работающей по циклу Карно) не зависит от того, что используется в качестве ее рабочего тела.

2) доказать, что КПД любого теплового двигателя не превосходит КПД цикла Карно, работающего в том же температурном диапазоне (теорема Карно, 1824 год).

3) дать термодинамическое определение абсолютной температурной шкалы.

4) доказать, что не существует тел с нулевой абсолютной температурой (иначе КПД идеальной тепловой машины, построенной с их использованием, был бы равен единице).

5) доказать существование еще одной функции состояния системы, которую называют **энтропией  $S$** .

Более того, оказывается, что можно дать **ещё одну формулировку II начала термодинамики**, равносильную двум предыдущим: *существует функция состояния системы – ее энтропия  $S$ , приращение которой  $dS$  при обратимом сообщении системе, имеющей температуру  $T$ , малого количества теплоты  $\delta Q$  определяется формулой:*

$$dS = \delta Q/T.$$

*При реальных (необратимых) адиабатических процессах  $dS > 0$ , т.е. энтропия адиабатически изолированной системы возрастает, достигая максимального значения в состоянии равновесия.*

В заключение еще раз подчеркну, что второе начало термодинамики имеет вероятностный характер – небольшие отклонения от него (флуктуации) возможны, но крайне маловероятны и их вероятность тем меньше, чем больше структурных единиц входит в рассматриваемую систему и чем больше флуктуация.