Политропные процессы. Тепловые и холодильные машины. Обратимые процессы

(Лекция 3 в 2015-2016 учебном году).

Политропные процессы

Политропным (политропическим) процессом называется любой квазиравновесный процесс с постоянной теплоемкостью. Из сказанного выше следует, что частными случаями политропных процессов являются изобарический и изохорический квазиравновесные процессы, совершаемые над идеальным газом.

Выведем уравнение политропного процесса, совершаемого идеальным газом. Пусть в этом процессе молярная теплоемкость равна C. И пусть за некоторое время давление, объем и температура газа изменились на малые величины dP, dV и dT соответственно. Тогда по первому началу термодинамики и уравнению Клапейрона – Менделеева имеем:

$$\nu C_v\, dT + PdV = \nu C\, dT; \qquad (1)$$

$$\nu R\, dT = (P + dP)(V + dV) - PV = PdV + VdP + dPdV \qquad (2)$$

Учитывая малую величину изменений объема и давления (по сравнению с их исходными значениями), последним слагаемым в (2) можно пренебречь. Поставляя после этого (2) в умноженное на R уравнение (1), получим:

$$(C_v - C)(PdV + VdP) + RPdV = 0. \qquad (3)$$

Учитывая формулу Майера (см. Лекцию 2 формулу (17)) уравнение (3) можно переписать в виде:

$$\alpha PdV + VdP = 0, \qquad (4)$$

где $\alpha = (C_p - C)/(C_v - C)$ – показатель политропического процесса. Учитывая произвольность малых величин dV/V, dP/P и пользуясь приближенным равенством $(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x$, справедливым, когда величина αx много меньше единицы, можно показать, что уравнение (4) равносильно уравнению:

$$PV^\alpha = \text{const}. \qquad (5)$$

Например, покажем, что из уравнения (5) следует соотношение (4). В силу (5) имеем $1= (P + dP)(V + dV)^\alpha/[PV^\alpha] = (1 + dP/P)(1+dV/V)^\alpha = (1 + dP/P)(1+ \alpha dV/V)$, где последнее равенство является приближенным, оно справедливо, если величина $\alpha dV/V$ много меньше единицы. Раскрывая скобки и пренебрегая слагаемым $(dP/P)(\alpha dV/V)$, малым по сравнению с двумя другими слагаемыми, получим (4).

Уравнение (5) – общее уравнение политропического процесса (политропы). Учитывая уравнение состояния $PV = \nu RT$, уравнение политропы можно переписать в двух других формах:

$$TV^{\alpha-1} = \text{const}, \quad P^{\alpha-1}/T^\alpha = \text{const}. \qquad (6)$$

Рассмотрим несколько частные случаев политропных процессов:

1) $C = C_p$ ($\alpha = 0$): уравнение квазиравновесного изобарического процесса $P = const$;

2) $C = C_v$ ($1/\alpha = 0$): уравнение квазиравновесного изохорического процесса $V = const$;

3) $C = 0$ ($\alpha = C_p/C_v$): уравнение квазиравновесного адиабатного (адиабатического) процесса (система не обменивается теплом с окружающими телами):

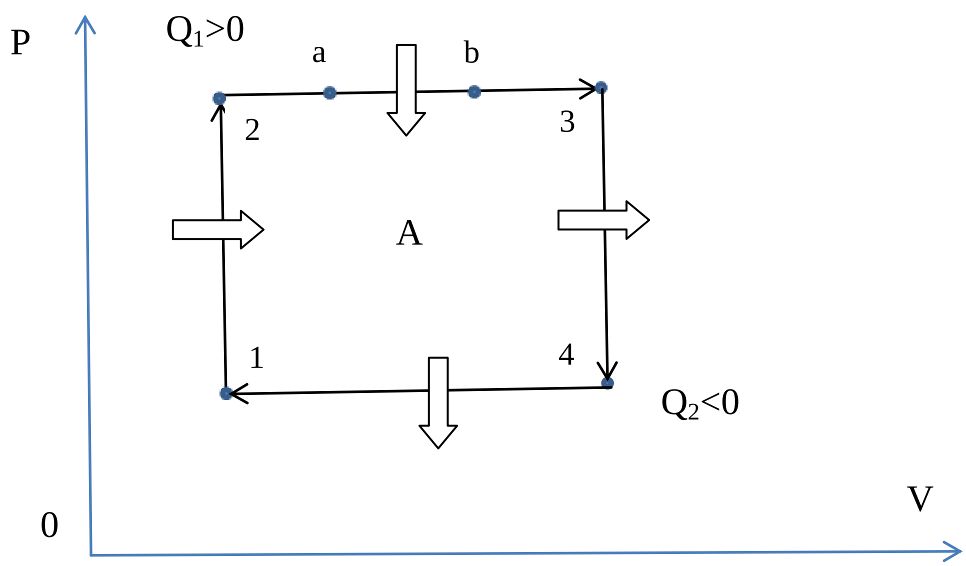
$$PV^{\gamma} = const, \qquad (7)$$

где $\gamma = C_p/C_v$ – показатель адиабаты. Формула (7) называется **уравнением Пуассона** или уравнением адиабаты.

Подчеркнем, что *не любой адиабатный процесс* описывается уравнением Пуассона. Оно справедливо только для *квазиравновесного* адиабатного процесса.

Пример. В теплоизолированном сосуде газ занимает половину объема, имея давление P_0 и температуру T_0. Во второй половине вакуум. Если убрать перегородку газ займет весь объем ($V = 2V_0$), но его внутренняя энергия, а значит, и температура не изменятся (т.к. $Q = A = 0$). Следовательно, $T = T_0$, $P = P_0/2$.

Тепловые машины. КПД тепловых машин.



Пример цикла тепловой машины.

Назначение тепловых машин – превращение теплоты в работу. Представим себе вертикальный цилиндр с подвижным поршнем. Под поршнем находится газ. На поршне лежит груз. Если газу сообщить теплоту Q_1, он будет нагреваться и расширяться, поднимая поршень с грузом. При этом за счет сообщенной теплоты будет совершена полезная работа по подъему груза. Однако рано или поздно газ нагревается до температуры, лежащей у предела технических возможностей, и дальнейший подъем станет невозможным. Машина перестанет работать. Ее работу можно возобновить, сняв груз в верхнем положении и охладив газ до исходной температуры, забрав для этого некоторое количество теплоты Q_2. Поршень при этом опустится, и машина вернется в исходное состояние. После чего процесс можно будет повторить: положить на поршень новый груз и поднять его.

В рассмотренной модели отражены основные принципы устройства и работы тепловых машин: 1) Тепловая машина должна работать циклически. 2) Тепловая машина должна иметь нагреватель (источник тепла), рабочее тело и холодильник.

В рассмотренном примере рабочим телом является газ. В первой фазе процесса теплота Q_1 переходит к рабочему телу от нагревателя. Часть теплоты при этом расходуется на совершение рабочим телом работы A_1. Во второй фазе теплота Q_2 переходит от рабочего тела к холодильнику, а над рабочим телом совершается работа A_2. Работа $A = A_1 - |A_2|$, совершенная рабочим телом за цикл, пропорциональная площади цикла на $P - V$ диаграмме. При этом, очевидно, что она будет положительной, если цикл проходит по часовой стрелке: сжатие рабочего тела будет производиться при меньшем давлении, чем расширение (в частях цикла, соответствующих одному и тому же объему рабочего тела). Ясно, что это возможно, если температура, при которой происходит сжатие (температура холодильника) меньше температуры, при которой происходит расширение (температура нагревателя).

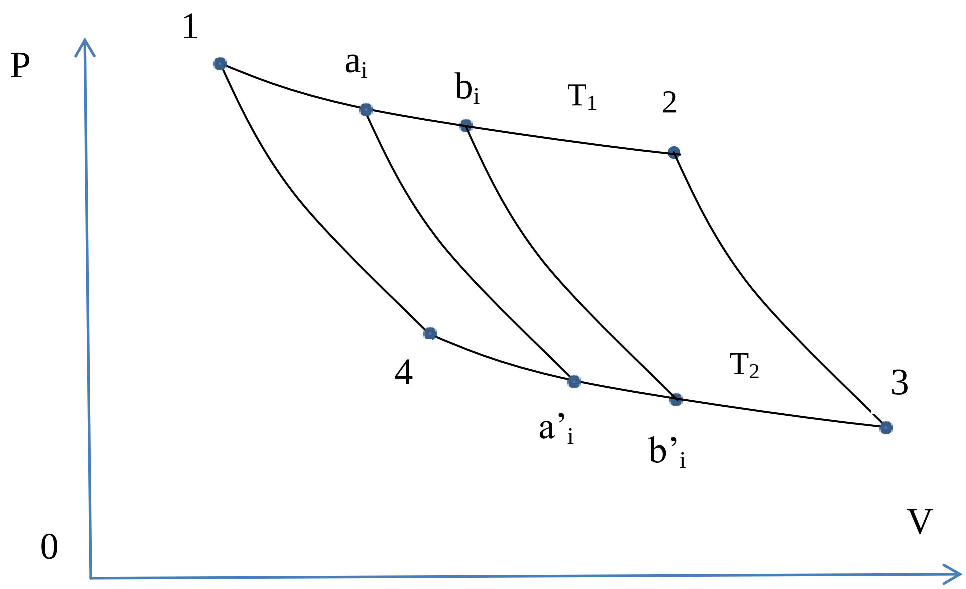
Совершив один цикл, система возвращается в исходное термодинамическое состояние, т.е. изменение ее внутренней энергии равно нулю. Поэтому в соответствии с I началом термодинамики, совершенная рабочим телом за цикл работа $A = Q_1 + Q_2 = Q_1 - |Q_2|$.

Важной характеристикой любой тепловой машины является ее **термодинамический коэффициент полезного действия (КПД)** η, который равен отношению совершенной за цикл работы к затраченному (подведенному от нагревателя) количеству теплоты:

$$\eta = A/Q_1 = [Q_1 + Q_2]/Q_1 = 1 + Q_2/Q_1 = 1 - |Q_2|/Q_1. \qquad (8)$$

Коэффициент полезного действия цикла η зависит от конкретных процессов, составляющих цикл и от температурных пределов, в которых работает конкретная тепловая машина, а также может зависеть от рабочего тела. Обычно КПД тепловых машин меняется в пределах от 10 до 40 %.

В качестве примера найдем КПД, так называемого, цикла Карно, образованного двумя изотермическими (12 и 34), а также двумя адиабатическими (23 и 41) квазистационарными процессами. Гипотетическая тепловая машина, работающая по такому циклу, называется идеальной, т.к., как оказывается, она имеет максимально возможный КПД при фиксированных температурах нагревателя и холодильника. Более того, оказывается, что КПД идеальной машины не зависит от того, что используется в качестве ее рабочего тела. Мы будем считать, что это идеальный газ.



Цикл Карно

Для расчета КПД любого цикла надо, прежде всего, разобраться на каких участках цикла рабочее тело получает тепло, а на каких отдает. Очевидно, на участках 23 и 41 теплообмена нет вообще (это адиабаты). Кроме того, т.к. внутренняя энергия идеального газа зависит только от температуры, то на изотерме она постоянна и, следовательно, по I началу термодинамики газ получает тепло при изотермическом расширении (оно расходуется на совершение газом работы) и отдает при изотермическом сжатии. Таким образом, газ получает тепло на участке 12 и отдает на участке 34: $Q_1 = Q_{12} > 0$, $Q_2 = Q_{34} < 0$.

Разобьем изотерму 12 на N небольших участков и проведем через все их концы семейство адиабат. Поскольку адиабаты данного идеального газа на P – V диаграмме либо совпадают, либо не имеют общих точек (см. уравнение Пуассона (5)), то наше семейство адиабат разобьет изотерму 34 также на N участков. Т.е. для любого участка a_ib_i ($i = 1, 2, \ldots, N$) изотермы 12 на изотерме 34 найдется такой участок $b'_ia'_i$, что $a_ia'_i$ и $b_ib'_i$ – адиабаты. Пусть $\delta Q_{i,ab}$ – количество теплоты, полученное газом на участке a_ib_i, а $\delta Q_{i,a'b'}$ – количество теплоты, отданное газом на участке $b'_ia'_i$. Очевидно,

$$Q_1 = \sum_{i=1}^{N} \delta Q_{i,ab}, \quad Q_2 = \sum_{i=1}^{N} \delta Q_{i,b'a'}. \qquad (9)$$

С другой стороны, учитывая малость участков a_ib_i и $b'_ia'_i$ и пользуясь первым началом термодинамики (опуская для краткости индекс i), имеем:

$$\delta Q_{ab} = \delta A_{ab} = P_a(V_b - V_a) = \nu RT_1(V_b - V_a)/V_a = \nu RT_1(V_b/V_a - 1), \qquad (10.1)$$

$$\delta Q_{b'a'} = \delta A_{b'a'} = P_{a'}(V_{a'} - V_{b'}) = \nu RT_2(V_{a'} - V_{b'})/V_{a'} = -\nu RT_2(V_{b'}/V_{a'} - 1). \qquad (10.2)$$

где T_1 – температура газа на изотерме 12 (температура нагревателя), а T_2 – температура газа на изотерме 34 (температура холодильника), ν – число молей газа.

Но из уравнения адиабаты в форме (6.1) следует, что

$$T_1(V_a)^{\gamma-1} = T_2(V_{a'})^{\gamma-1},\ T_1(V_b)^{\gamma-1} = T_2(V_{b'})^{\gamma-1}, \qquad (11)$$

где $\gamma = C_p/C_v$ – показатель адиабаты, причем в силу уравнения Майера $\gamma \neq 1$. Разделив второе уравнение в (11) на первое и возведя полученное равенство в степень $1/(\gamma - 1)$, получим:

$$V_b/V_a = V_{b'}/V_{a'} \qquad (12)$$

Разделив уравнение (10.2) на уравнение (10.1) и учитывая (12), окончательно получим, что для всех i

$$\delta Q_{i,b'a'}/\delta Q_{i,ab} = -T_2/T_1,\ \text{т.е. } \delta Q_{i,b'a'} = (-T_2/T_1)\,\delta Q_{i,ab}. \qquad (13)$$

Подставляя (13) в первую формулу (9) и учитывая вторую формулу (9) , получим:

$$Q_2 = \sum_{i=1}^{N}\delta Q_{i,b'a'} = -\frac{T_2}{T_1}\sum_{i=1}^{N}\delta Q_{i,ba}. = -\frac{T_2}{T_1}Q_1. \qquad (14)$$

И наконец, подставляя (14) в определение КПД тепловой машины (8), получим, что КПД идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно, равно:

$$\eta_K = 1 - T_2/T_1. \qquad (15)$$

Заметим, что, если бы участки 12 и 34 не были изотермами, то формула (13) имела бы вид:

$$-\delta Q_{i,b'a'} = (T_{2i}/T_{1i})\,\delta Q_{i,ab} \geq (T_2/T_1)\,\delta Q_{i,ba}, (16)$$

где T_1 – максимальная температура газа на участке 12 (температура нагревателя), а T_2 – минимальная температура газа на участке 34 (температура холодильника). В (16) учтено, что все $\delta Q_{i,ba} > 0$. Соответственно вместо равенства (14) мы получили бы неравенство:

$$Q_2 = \sum_{i=1}^{N}\delta Q_{i,b'a'} \leq -\frac{T_2}{T_1}\sum_{i=1}^{N}\delta Q_{i,ba}. = -\frac{T_2}{T_1}Q_1. \qquad (17)$$

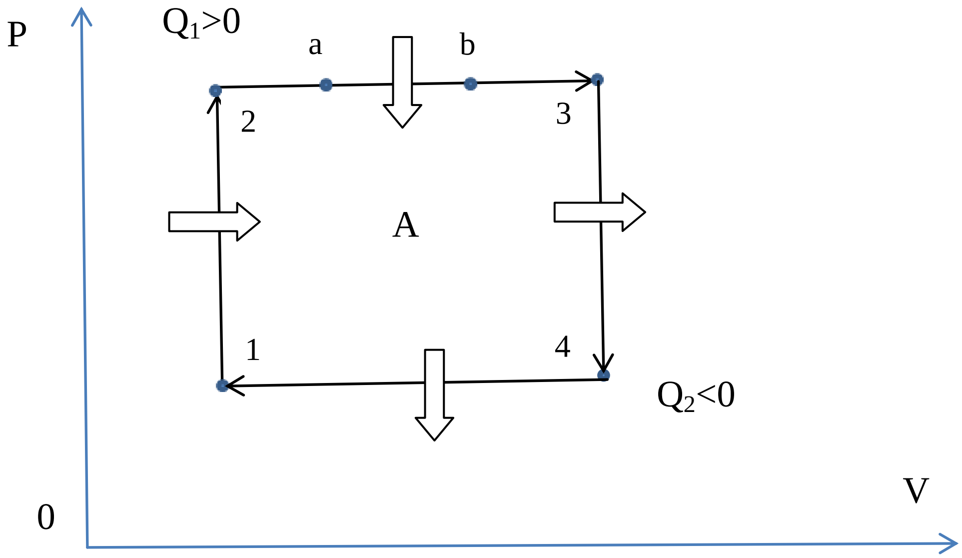
Подставляя (17) в определение КПД тепловой машины (8) получаем оценку сверху для КПД произвольного цикла, использующего в качестве рабочего тела идеальный газ:

$$\eta \leq 1 - T_2/T_1. \qquad (18)$$

Формула (18) доказывает, что идеальная тепловая машина имеет максимально возможный КПД среди всех тепловых машин, , использующих в качестве рабочего тела идеальный газ и работающих в фиксированном температурном диапазоне, т.е. рабочее тело которых не охлаждается до температур меньших T_2 и не нагревается выше температуры T_1.

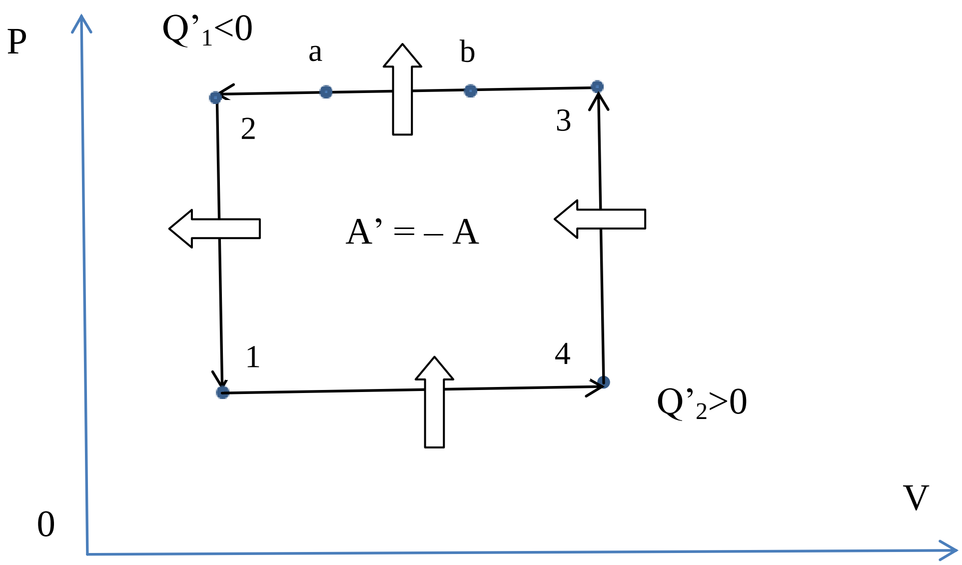
Холодильная машина. Тепловой насос.

Интересные явления происходят при изменении направления процессов в цикле тепловой машины. Рассмотрим на P – V диаграмме два одинаковых по форме цикла, идущих в противоположных направлениях. Цикл, происходящий в направлении «по часовой стрелке», обычно называют **прямым**. Он соответствует работе некоторой тепловой машины. Цикл, идущий в направлении «против часовой стрелки» называют **обратным**.



Прямой цикл.

Очевидно, что на любом участке «ba» обратного цикла знаки изменения внутренней энергии системы и совершаемой ею работы противоположны знакам изменения внутренней энергии и работы системы на аналогичном участке «ab» прямого цикла. Следовательно, по первому началу термодинамики, сколько тепла $Q_1 > 0$ рабочее тело в прямом цикле получает, столько же на аналогичных участках обратного цикла она отдает: $Q_1' = -Q_1 < 0$. И наоборот: сколько тепла $Q_2 < 0$ система в прямом цикле отдает, столько же она в обратном цикле получает: $Q_2' = -Q_2 > 0$.



Обратный цикл.

При этом в обратных циклах холодильником по-прежнему называют тело с более низкой температурой, хотя теперь оно отдает тепло ($Q_2' > 0$), а нагревателем – тело, имеющее более высокую температуру, хотя теперь оно тепло получает ($Q_1' < 0$). Причем, как следует из первого начала термодинамики:

$$Q_1' + Q_2' + A^{внеш} = 0 \text{ или } -\left|Q_1'\right| + Q_2' + A^{внеш} = 0, \qquad (19)$$

где $A^{внеш}$ – работа, совершаемая над рабочим телом в обратном цикле. Очевидно, $A^{внеш}$ = – A’ = – (– A) = A – работа, совершаемая рабочим телом в прямом цикле. Заметим, что в силу (19)

$$\left|Q_1'\right| = Q_2' + A^{внеш} > Q_2'. \qquad (20)$$

Таким образом, в результате проведения обратного цикла теплота переходит от более холодного тела к более горячему, причем горячее тело получает большее количество теплоты, чем отдает холодное. Иными словами, устройство, работающее по обратному циклу, одновременно выполняет функции **холодильной машины** и **теплового насоса**.

Эффективность работы **холодильной машины** характеризуют **холодильным коэффициентом** ξ, равным отношению количества теплоты Q_2', отнятого от холодильной камеры, к работе $A^{внеш}$, совершенной электродвигателем:

$$\xi = \frac{Q_2'}{A^{внеш}} = \frac{\left|Q_1'\right| - A^{внеш}}{A^{внеш}} = \frac{Q_1}{A} - 1 = \frac{1}{\eta} - 1, \qquad (21)$$

где η – коэффициент полезного действия гипотетической тепловой машины, работающей по прямому циклу. Очевидно, что для холодильной машины, работающей по обратному циклу Карно

$$\xi_K = \frac{T_н}{T_н - T_х} - 1 = \frac{T_х}{T_н - T_х}. \qquad (22)$$

Т.е. наиболее эффективно удается забирать тепло при не очень большой разности температур охлаждаемого тела и тела, которому забранное тепло передается.

Поскольку устройство, работающее по обратному циклу, не только охлаждает холодное тело, но и нагревает более горячее, то его можно использовать также, например, для обогрева помещения за счет внутренней энергии более холодного наружного воздуха. При таком использовании машины, работающей по обратному циклу, ее называют **тепловым насосом**. Эффективность теплового насоса характеризуется **отопительным коэффициентом** Ψ, равным отношению количества теплоты, которое получает отапливаемое помещение, к производимой при этом работе $A^{внеш}$ над рабочим телом (например, к работе электродвигателя):

$$\psi = \frac{\left|Q_1'\right|}{A^{внеш}} = \frac{Q_1}{A} = \frac{1}{\eta} = \xi - 1. \qquad (23)$$

Очевидно, что для машины, работающей по обратному циклу Карно в режиме теплового насоса отопительный коэффициент

$$\psi_K = \frac{T_н}{T_н - T_х}. \qquad (24)$$

Пусть, например, температура наружного воздуха $t_х$ = 0 °C, а внутри помещения $t_н$ = 20 °C. Тогда отопительный коэффициент теплового насоса, работающего по обратному циклу Карно в указанном диапазоне температур, будет равен $\psi_K = 293К/20К = 14{,}5$. И значит, пользуясь тепловым насосом, работающим за счет электрической энергии двигателя, мы можем «накачать» в данное помещение примерно в 15 раз большее количество теплоты, чем получили бы от электронагревательного прибора при том же расходе электрической энергии.

Обратимые и необратимые процессы. Флуктуации.

Определение. Пусть в результате какого-либо процесса система переходит из начального состояния А в другое состояние Б. Тогда, если возможно вернуть ее хотя бы одним способом в исходное состояние А и притом так, чтобы во всех остальных телах в итоге не произошло никаких изменений по сравнению с их начальными состояниями, то этот процесс называется **обратимым**. Если же это сделать невозможно, то процесс называется **необратимым.**

Рассмотрим для примера простую систему – идеальный газ в сосуде. Пусть первоначально газ находится в одной из половинок сосуда, а в другой половине создан вакуум. Если убрать перегородку, то газ самопроизвольно перейдет в новое равновесное состояние, заняв весь объем сосуда. Возникает вопрос: удастся ли после этого нам обнаружить состояние, при котором все молекулы газа собрались бы вновь в одной половинке сосуда хотя бы ненадолго, с тем, чтобы мы вновь поставив заслонку, смогли бы вернуть газ в первоначальное состояние? Опыт дает отрицательный ответ. Чтобы понять, почему это происходит, воспользуемся молекулярно – кинетическими представлениями.

Если в сосуде одна молекула, то число различных способов ее распределения между половинками сосуда N = 2 – молекула находится либо в одной, либо в другой половине сосуда. В случае двух частиц они будут распределяться между половинками сосуда независимо друг от друга и поэтому число различных способов их распределения между половинками сосуда $N = 2*2 = 2^2$. Если же в сосуде n частиц, то число различных способов их распределения по половинкам сосуда будет равно $N = 2^n$. Однако при любом n существует только один случай, когда все частицы находятся в левой части сосуда, и один случай, когда все частицы находятся в правой части сосуда. Поэтому вероятность застать их все в одной половине сосуда $P_0 = 2/2^n = 1/2^{(n-1)}$. Как известно, число молекул газа, содержащихся в термодинамической системе огромно (по определению термодинамической системы!). Так, например, в одном моле их примерно $6*10^{23}$ штук. Именно поэтому интересующее нас событие в случае термодинамической системы настолько маловероятно, что его можно считать практически невозможным.

С другой стороны, рассуждая аналогично можно показать, что равномерное распределение молекул по объему сосуда является наиболее вероятным состоянием. А вероятность распределения частиц в однородной термодинамической системе, отличного от равномерного, быстро убывает по мере увеличения степени относительной неравномерности. Именно поэтому газ, предоставленный сам себе, самопроизвольно переходит именно в состояние с равномерным распределением молекул, но при этом время от времени в нем наблюдаются небольшие самопроизвольные отклонения от такого состояния, называемые **флюктуациями**. И это характерно для всех самопроизвольных (релаксационных) процессов: **релаксационные процессы в изолированной термодинамической системе всегда происходят в направлении перехода от менее вероятного состояния в более вероятное состояние**. И именно поэтому **все релаксационные процессы являются необратимыми**! И наоборот, **все квазистационарные процессы обратимы**. Последнее связано с тем, что квазистатический процесс состоит из последовательности очень близких между собой состояний равновесия, точнее, состояний, бесконечно мало отличающихся от равновесных. В результате в системе практически отсутствуют необратимые релаксационные процессы самопроизвольного перехода из неравновесного (маловероятного) состояния в равновесное (наиболее вероятное) состояние.