

Физико-математическое отделение. Москва. Апрель 2017 года.

Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс

Вариант 1

1. Петя пошел в школу, чтобы успеть ровно к первому уроку. Через 5 минут после выхода, он обнаружил, что за ним увязался пёс Бобик. Петя отвел (с обычной скоростью) Бобика домой и понял, что опаздывает в школу. Поэтому он побежал и опоздал всего на 2 минуты на первый урок.

Известно, что Петя бегаёт в два раза быстрее, чем ходит. Сколько времени у него обычно занимает дорога до школы?

2. Найти все пары натуральных чисел (p, q) , такие, что квадрат числа p , умноженный на 9, больше квадрата числа q на 35.

3. Сумма первых 100 членов геометрической прогрессии $S_{100} = 10$, а сумма первых 200 членов $S_{200} = 120$. Найдите сумму первых 300 членов этой прогрессии.

4. На катетах прямоугольного треугольника ABC ($\angle C=90^\circ$) во внешнюю сторону построены квадраты $AKMC$ и $BCTP$. Отрезок BK пересекает катет AC в точке B_1 , отрезок AP пересекает катет BC в точке A_1 . Найти угол A_1B_1C .

5. Найдите сумму действительных корней уравнения

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 100\left(x - \frac{1}{x}\right) + 111 = 0.$$

Физико-математическое отделение. Москва. Апрель 2017 года.

Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс

Вариант 2

1. Коля пошел в школу, чтобы успеть ровно к первому уроку. Через 6 минут после выхода, он обнаружил, что забыл дома свой смартфон. Коля вернулся (с обычной скоростью) домой, взял смартфон и понял, что опаздывает в школу. Поэтому он побежал и опоздал всего на 5 минут на первый урок.

Известно, что Коля бегаёт в полтора раза быстрее, чем ходит. Сколько времени у него обычно занимает дорога до школы?

2. Найти все пары натуральных чисел (m, n) , такие, что квадрат числа m , умноженный на 16, больше квадрата числа n на 55.

3. Сумма первых 50 членов геометрической прогрессии $S_{50} = 20$, сумма первых 100 членов $S_{100} = 25$. Найдите сумму первых 150 членов этой прогрессии.

4. На катетах прямоугольного треугольника ABC ($\angle C=90^\circ$) во внешнюю сторону построены квадраты $AKMC$ и $BCTP$. Отрезок BK пересекает катет AC в точке B_1 , отрезок AP пересекает катет BC в точке A_1 . Найти отношение $B_1C:A_1C$.

5. Найдите сумму действительных корней уравнения

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 150\left(x - \frac{1}{x}\right) + 99 = 0.$$

Физико-математическое отделение. Москва. Апрель 2017 года.

Письменная работа по математике для поступающих в 11 класс

Вариант 1

1. Коля пошел в школу, чтобы успеть ровно к первому уроку. Через 6 минут после выхода, он обнаружил, что забыл дома свой смартфон. Коля вернулся (с обычной скоростью) домой, взял смартфон и понял, что опаздывает в школу. Поэтому он побежал и опоздал всего на 5 минут на первый урок.

Известно, что Коля бегаёт в полтора раза быстрее, чем ходит. Сколько времени у него обычно занимает дорога до школы?

2. Найти все пары натуральных чисел (p, q) , такие, что квадрат числа p , умноженный на 9, больше квадрата числа q на 35

3. Сумма первых 100 членов геометрической прогрессии $S_{100} = 10$, сумма первых 200 членов $S_{200} = 70$. Найдите сумму первых 400 членов этой прогрессии

4. Основания BC и AD перпендикулярны боковой стороне AB трапеции $ABCD$. К боковой стороне CD проведен серединный перпендикуляр, пересекающий в точке F продолжение отрезка AB за точку A . Известно, что $AF=BC$ и $\angle AGD=100^\circ$, где G - середина отрезка FD . Найти углы трапеции.

5. Найдите сумму квадратов действительных корней уравнения

$$x^4 + 100x^3 + 93x^2 - 100x + 1 = 0$$

Физико-математическое отделение. Москва. Апрель 2017 года.

Письменная работа по математике для поступающих в 11 класс

Вариант 2

1. Петя пошел в школу, чтобы успеть ровно к первому уроку. Через 5 минут после выхода, он обнаружил, что за ним увязался пёс Бобик. Петя отвел (с обычной скоростью) Бобика домой и понял, что опаздывает в школу. Поэтому он побежал и опоздал всего на 2 минуты на первый урок.

Известно, что Петя бегаёт в два раза быстрее, чем ходит. Сколько времени у него обычно занимает дорога до школы?

2. Найти все пары натуральных чисел (m, n) , если известно, что квадрат числа m , умноженный на 16, больше квадрата числа n на 55.

3. Сумма первых 100 членов геометрической прогрессии $S_{100} = 50$, сумма первых 200 членов $S_{200} = 70$. Найдите сумму первых 400 членов этой прогрессии.

4. Основания BC и AD перпендикулярны боковой стороне AB трапеции $ABCD$. К боковой стороне CD проведен серединный перпендикуляр, пересекающий отрезок AB в точке F . Известно, что $AF=BC$ и $\angle AGD=110^\circ$, где G - середина отрезка FD . Найти углы трапеции.

5. Найдите сумму квадратов действительных корней уравнения

$$x^4 + 200x^3 + 193x^2 - 200x + 1 = 0$$

**Химико-биологическое отделение. Москва. Апрель 2017 года.
Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс**

Вариант 1

1. Разность цифр двузначного числа равна 2, а сумма квадратов его цифр равна 52. Найдите все такие числа.
2. Свежеспиленная древесина содержит 70% воды. Сколько воды в процентах должна содержать высушенная древесина, если ее масса должна составлять 55% от массы свежеспиленной? Результат округлите до целого числа.
3. Сумма первых 100 членов арифметической прогрессии $S_{100} = 10$, сумма первых 200 членов $S_{200} = 30$. Найдите сумму первых 300 членов этой прогрессии.
4. Две окружности с центрами в точках А и В радиуса 2 и 4 соответственно касаются внутренним образом, и в точке касания к ним проведена общая касательная. На общей касательной взята точка С на расстоянии $\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ от середины отрезка АВ. Найти площадь треугольника ABC

5. Решите неравенство
$$\frac{\left((a-2)^{-2}-1\right) \cdot (a-2)}{a-1} + \frac{1}{a^2-5a+6} \geq 1.$$

**Химико-биологическое отделение. Москва. Апрель 2017 года.
Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс**

Вариант 2

1. Сумма цифр двузначного числа равна 8, а сумма квадратов его цифр равна 34. Найдите все такие числа.
2. Свежие фрукты содержат 80% воды. Сколько процентов воды должны содержать сушеные фрукты, если их масса должна составлять 45% от массы свежих? Результат округлите до целого числа.
3. Сумма первых 50 членов арифметической прогрессии $S_{50} = 50$, сумма первых 100 членов $S_{100} = 10$. Найдите сумму первых 150 членов этой прогрессии.
4. Две окружности с центрами в точках А и В радиуса 2 и 4 соответственно касаются внешним образом, и в точке касания к ним проведена общая касательная. На общей касательной взята точка С на расстоянии $\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ от середины отрезка АВ. Найти площадь треугольника ABC.

5. Решите неравенство
$$\left(1 - (2b + 3)^{-2}\right) : \frac{b + 1}{2b + 3} - \frac{1}{2b^2 + 7b + 6} \leq -2$$

**Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс.
Выездной экзамен. Физико-математическое отделение. Весна 2017 г.
Вариант 1**

1. Когда Петя начал решать задачи вступительного экзамена, часовая и минутная стрелка образовывали острый угол α . Через 2 часа экзамен закончился и Петя заметил, что стрелки снова образуют угол, равный α . При каком α такое возможно?
2. Сколько существует натуральных b , таких, что уравнение $x^2 - bx + 80080 = 0$ имеет два целых корня?
3. Три числа a, b, c являются в указанном порядке последовательными членами геометрической прогрессии, причем $a + b + c = 26$ и $ab + bc + ac = 156$. Найдите b .
4. В трапеции $ABCD$ основание $BC = a$, основание $AD = 3a$, угол ADC равен $67,5^\circ$. Найдите площадь трапеции, если известно, что биссектриса угла CAD пересекает отрезок CD в его середине.
5. На графике квадратичной функции $y = 3x^2 + 12x + 2017$ отмечены две различные точки A и B с целыми координатами. Докажите, что если длина отрезка AB - целое число, то он параллелен оси Ox .

**Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс.
Выездной экзамен. Физико-математическое отделение. Весна 2017 г.
Вариант 2**

1. Когда Коля начал решать задачи вступительного экзамена, часовая и минутная стрелка образовывали тупой угол β . Через 2 часа экзамен закончился и Коля заметил, что стрелки снова образуют угол, равный β . При каком β такое возможно?
2. Сколько существует натуральных a , таких, что уравнение $x^2 - ax + 50050 = 0$ имеет два целых корня?
3. Три числа a, b, c являются в указанном порядке последовательными членами геометрической прогрессии, причем $a + b + c = 28$ и $ab + bc + ac = 196$. Найдите b .
4. В трапеции $ABCD$ основание $BC = a$, основание $AD = 4a$, угол ACD равен 75° . Найдите площадь трапеции, если известно, что биссектриса угла CAD перпендикулярна стороне CD .
5. На графике квадратичной функции $y = 5x^2 + 10x + 2017$ отмечены две различные точки P и Q с целыми координатами. Докажите, что если длина отрезка PQ - целое число, то он параллелен оси Ox .

**Письменная работа по математике для поступающих в 11 класс.
Выездной экзамен. Физико-математическое отделение. Весна 2017 г.
Вариант 1**

1. Когда Петя начал решать задачи вступительного экзамена, часовая и минутная стрелка образовывали острый угол α . Через 2 часа экзамен закончился и Петя заметил, что стрелки снова образуют угол, равный α . При каком α такое возможно?
2. Сколько существует целых b , таких, что уравнение $x^2+bx+80080=0$ имеет два целых корня?
3. Три числа a, b, c являются в указанном порядке последовательными членами геометрической прогрессии, причем $a+b+c = 26$ и $ab + bc + ac = 156$. Найдите b .
4. В равнобедренной трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$), $BC:AD=1:2$. Известно, что диагональ трапеции делит острый угол трапеции пополам, а ее длина равна 3. Найдите площадь трапеции.
5. На графике квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ с целыми коэффициентами a, b и c отмечены две различные точки A и B с целыми координатами. Докажите, что если длина отрезка AB - целое число, то он параллелен оси Ox .

**Письменная работа по математике для поступающих в 11 класс.
Выездной экзамен. Физико-математическое отделение. Весна 2017 г.
Вариант 2**

1. Когда Коля начал решать задачи вступительного экзамена, часовая и минутная стрелка образовывали тупой угол β . Через 2 часа экзамен закончился и Коля заметил, что стрелки снова образуют угол, равный β . При каком β такое возможно?
2. Сколько существует целых a , таких, что уравнение $x^2+ax+50050=0$ имеет два целых корня?
3. Три числа a, b, c являются в указанном порядке последовательными членами геометрической прогрессии, причем $a+b+c = 28$ и $ab + bc + ac = 196$. Найдите b .
4. В равнобедренной трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) угол ABC равен 120° . Известно, что диагональ трапеции делит острый угол трапеции пополам, а ее длина равна 6. Найдите площадь трапеции.
5. На графике квадратичной функции $y=kx^2+lx+m$ с целыми коэффициентами k, l и m отмечены две различные точки P и Q с целыми координатами. Докажите, что если длина отрезка PQ - целое число, то он параллелен оси Ox .

**Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс.
Выездной экзамен. Химико-биологическое отделение. Весна 2017 г.
Вариант 1**

1. Первый сплав содержит 5% меди, а второй сплав содержит 40% меди. Сколько килограмм каждого сплава надо взять, чтобы получить 140 кг сплава, содержащего 30% меди?
2. Найти все натуральные числа a и b , удовлетворяющие уравнению $10a^2 + 3ab = 13 + b^2$.
3. Три числа a, b, c являются в указанном порядке последовательными членами геометрической прогрессии, причем $a + b + c = 26$ и $ab + bc + ac = 156$. Найти b .
4. В треугольнике ABC точке E – середина стороны AB , а точка F взята на стороне BC так, что площадь треугольника AEF в шесть раз меньше площади треугольника ABC . Найти BC , если $BF = 1$.
5. На графике квадратичной функции $y = 3x^2 + 12x + 2017$ отмечены две различные точки A и B с целыми координатами. Доказать, что если длина отрезка AB – целое число, то он параллелен оси Ox .

**Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс.
Выездной экзамен. Химико-биологическое отделение. Весна 2017 г.
Вариант 2**

1. Первый раствор содержит 5% кислоты, а второй раствор содержит 60% кислоты. Сколько литров каждого раствора надо взять, чтобы получить 110 литров раствора с содержанием кислоты 40%?
2. Найти все натуральные числа a и b , удовлетворяющие уравнению $3a^2 + 5ab = 19 + 2b^2$.
3. Три числа a, b, c являются в указанном порядке последовательными членами геометрической прогрессии, причем $a + b + c = 28$ и $ab + bc + ac = 196$. Найти b .
4. В треугольнике KLM точка P – середина стороны KL , а точка Q взята на стороне LM так, что площадь треугольника KPQ в восемь раз меньше площади треугольника KLM . Найти LQ , если $LM = 4$.
5. На графике квадратичной функции $y = 5x^2 + 10x + 2017$ отмечены две различные точки P и Q с целыми координатами. Доказать, что если длина отрезка PQ – целое число, то он параллелен оси Ox .

Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс.

Выездной экзамен-2 . Физико-математическое отделение. Весна 2017г.

Вариант 1

1. Вася и Петя бегают по круговой дорожке в одном направлении. Вася пробегает один круг на 3 секунды быстрее и обгоняет Петю раз в полторы минуты. За сколько времени пробегает круг каждый из мальчиков?
2. Найдите наименьшее натуральное N , такое, что $59!$ не кратно N .
3. В арифметической прогрессии, содержащей 30 членов, сумма членов с нечетными номерами равна 22, а сумма членов с четными номерами равна 27. Найдите сумму членов, номера которых кратны 3.
4. В треугольнике ABC точка M – середина стороны BC , равной 6. Известно, что расстояние от точки M до прямой AB в три раза больше расстояния от точки M до прямой AC . Найти остальные стороны треугольника, если известно, что $\cos A = 1/6$.
5. Дан квадратный трехчлен $P(x) = x^2 - px + 1$. Известно, что уравнение $P(P(x))=0$ имеет 4 различных действительных корня, сумма которых равна 2017. Найдите p .

Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс.

Выездной экзамен-2. Физико-математическое отделение. Весна 2017 г.

Вариант 2

1. Коля бегает по круговой дорожке, а Катя катается по ней на самокате в том же направлении. Катя проезжает круг на 5 секунд быстрее, чем Коля его пробегает, и Катя обгоняет Колю через каждые 3,5 минуты. За сколько времени Катя проезжает круг, и за сколько времени Коля его пробегает?
2. Найдите наименьшее натуральное k , такое, что $65!$ не кратно k .
3. В арифметической прогрессии, содержащей 60 членов, сумма членов с нечетными номерами равна 44, а сумма членов с четными номерами равна 54. Найдите сумму членов, номера которых кратны 4.
4. В треугольнике ABC точка M – середина стороны BC , равной 4. Известно, что расстояние от точки M до прямой AB в два раза больше расстояния от точки M до прямой AC . Найти остальные стороны треугольника, если известно, что $\cos A = 1/4$.
5. Дан квадратный трехчлен $f(x) = x^2 - bx + 1$. Известно, что уравнение $f(f(x))=0$ имеет 4 различных действительных корня, сумма которых равна 1001. Найдите b .

Письменная работа по математике для поступающих в 11 класс.

Выездной экзамен-2. Физико-математическое отделение. Весна 2017 г.

Вариант 1

1. Вася и Петя бегают по круговой дорожке в одном направлении. Вася пробегает один круг на 3 секунды быстрее и обгоняет Петю раз в полторы минуты. За сколько времени пробегает круг каждый из мальчиков?
2. Найдите наименьшее натуральное N , такое, что $53!$ не кратно N^2 .
3. В арифметической прогрессии, содержащей 30 членов, сумма членов с нечетными номерами равна 22, а сумма членов с четными номерами равна 27. Найдите сумму членов, номера которых кратны 3.
4. В треугольнике ABC точка M делит сторону BC , равную 12, в отношении $BM:MC=1:3$. Известно, что расстояние от точки M до прямой AB в пять раз меньше расстояния от точки M до прямой AC . Найти остальные стороны треугольника, если известно, что $\cos A = 3/5$.
5. Дан квадратный трехчлен $P(x) = x^2 - px + 1$. Известно, что уравнение $P(P(x))=0$ имеет 4 различных действительных корня, произведение которых равно (-2017) . Найдите p .

Письменная работа по математике для поступающих в 11 класс.

Выездной экзамен-2. Физико-математическое отделение. Весна 2017 г.

Вариант 2

1. Коля бегают по круговой дорожке, а Катя катается по ней на самокате в том же направлении. Катя проезжает круг на 5 секунд быстрее, чем Коля его пробегает, и Катя обгоняет Колю через каждые 3,5 минуты. За сколько времени Катя проезжает круг, и за сколько времени Коля его пробегает?
2. Найдите наименьшее натуральное k , такое, что $67!$ не кратно k^2 .
3. В арифметической прогрессии, содержащей 60 членов, сумма членов с нечетными номерами равна 44, а сумма членов с четными номерами равна 54. Найдите сумму членов, номера которых кратны 4.
4. В треугольнике ABC точка M делит сторону BC , равную 12, в отношении $BM:MC=1:4$. Известно, что расстояние от точки M до прямой AC в пять раз больше расстояния от точки M до прямой AB . Найти остальные стороны треугольника, если известно, что $\cos A = 4/5$.
5. Дан квадратный трехчлен $f(x) = x^2 - bx + 1$. Известно, что уравнение $f(f(x))=0$ имеет 4 различных действительных корня, произведение которых равно (-1001) . Найдите b .

Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс.

Выездной экзамен-2. Химико-биологическое отделение. Весна 2017 г.

Вариант 1

1. Даны два сплава, состоящих каждый из золота, серебра и платины. Известно, что в первом сплаве платина составляет 40%, а во втором золото составляет 26%. Процентное содержание серебра одинаково в обоих сплавах. Если сплавить 150 кг первого сплава и 250 кг второго сплава, то в полученном новом сплаве будет 30% серебра. Сколько килограмм золота содержит полученный сплав?
2. Найдите наименьшее натуральное N , такое, что $59!$ не кратно N .
3. В арифметической прогрессии, содержащей 30 членов, сумма членов с нечетными номерами равна 22, а сумма членов с четными номерами равна 27. Найдите сумму членов, номера которых кратны 3.
4. В прямоугольном треугольнике расстояние от середины гипотенузы до одного из катетов в два раза больше расстояния от середины гипотенузы до второго катета. Найдите площадь треугольника, если длина гипотенузы равна 4
5. Дан квадратный трехчлен $P(x) = x^2 - 1001x + 1$. Найдите сумму действительных корней уравнения $P(P(x))=0$.

Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс.

Выездной экзамен-2. Химико-биологическое отделение. Весна 2017 г.

Вариант 2

1. Даны два сплава, состоящих каждый из золота, серебра и платины. Известно, что в первом сплаве золото составляет 60%, а во втором платина составляет 20%. Процентное содержание серебра одинаково в обоих сплавах. Если сплавить 150 кг первого сплава и 210 кг второго сплава, то в полученном новом сплаве будет 10% серебра. Сколько килограмм платины содержит полученный сплав?
2. Найдите наименьшее натуральное k , такое, что $65!$ не кратно k .
3. В арифметической прогрессии, содержащей 60 членов, сумма членов с нечетными номерами равна 44, а сумма членов с четными номерами равна 54. Найдите сумму членов, номера которых кратны 4.
4. В прямоугольном треугольнике расстояние от середины гипотенузы до одного из катетов в три раза больше расстояния от середины гипотенузы до второго катета. Найдите площадь треугольника, если длина гипотенузы равна 2
5. Дан квадратный трехчлен $f(x) = x^2 - 2017x + 1$. Найдите сумму действительных корней уравнения $f(f(x))=0$.

Физико-математическое отделение. Москва. Май 2017 года.

Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс

Вариант 1

1. Три столяра делают шкафы и полки. Одну полку каждый из них делает за 5 часов, на изготовление одного шкафа они тоже тратят одинаковое время. Известно, что при изготовлении некоторого заказа первый из них сделал один шкаф, второй – шкаф и две полки, а третий – два шкафа и одну полку. Времена, которые они затратили, составили в указанном порядке геометрическую прогрессию. Определить время, которое тратится на изготовление одного шкафа.
2. Назовем натуральное число "упорным", если оно не является ни квадратом, ни кубом натурального числа и не делится на 3 без остатка. Например, число 98 – упорное, а 99 и 100 – нет. Сколько "упорных" чисел от 1 до 1000?
3. Изобразить на плоскости множество точек с координатами (x, y) , удовлетворяющими уравнению $y = |2x^2 - 4x - y|$.
4. В параллелограмме ABCD биссектриса угла C пересекает диагональ BD в точке O, а сторону AD в точке M. Известно, что площадь треугольника MOD в пять раз меньше площади четырехугольника ABOM. Найти AD, если CD=1.
5. Решить уравнение $x^2 + \left(\frac{5-x}{1+x}\right)^2 = 5$.

Физико-математическое отделение. Москва. Май 2017 года.

Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс

Вариант 2

1. Гончару нужно изготовить несколько чашек и блюдец. Он тратит на формовку одной чашки 20 минут. Известно, что времена формовки одной чашки, формовки двух блюдец и одной чашки, формовки двух чашек и одного блюда образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию. Определить время формовки одного блюда.
2. Назовем натуральное число "сильным", если оно не является ни квадратом, ни кубом натурального числа и не делится на 5 без остатка. Например, число 79 – сильное, а 80 и 81 – нет. Сколько "сильных" чисел от 1 до 1001?
3. Изобразить на плоскости множество точек с координатами (x, y) , удовлетворяющими уравнению $x = |x - 2y^2 - 8y|$.
4. В параллелограмме ABCD биссектриса угла C пересекает диагональ BD в точке O, а сторону AD в точке K. Известно, что площадь четырехугольника AВОK в 11 раз больше площади треугольника KOD. Найти AD, если CD=2.
5. Решить уравнение $x^2 + \left(\frac{7-x}{1+x}\right)^2 = 10$.

Физико-математическое отделение. Москва. Май 2017 года.

Письменная работа по математике для поступающих в 11 класс

Вариант 1

1. Три столяра делают шкафы и полки. Одну полку каждый из них делает за 5 часов, на изготовление одного шкафа они тоже тратят одинаковое время. Известно, что при изготовлении некоторого заказа первый из них сделал один шкаф, второй – шкаф и две полки, а третий – два шкафа и одну полку. Времена, которые они затратили, составили в указанном порядке геометрическую прогрессию. Определить время, которое тратится на изготовление одного шкафа.
2. Назовем натуральное число "упорным", если оно не является ни квадратом, ни кубом натурального числа и не делится на 9 без остатка. Например, число 98 – упорное, а 99 и 100 – нет. Сколько "упорных" чисел от 1 до 1000?
3. В параллелограмме ABCD точка K – середина стороны AB. Биссектриса угла C пересекает отрезок DK в точке O, а сторону AD в точке M. Известно, что площадь треугольника MOD в четыре раза меньше площади четырехугольника AKOM. Найти AD, если CD=1.
4. Найдите наименьшее значение выражения $\sqrt{4 + (x + 4)^2} + \sqrt{16 + (x - 5)^2}$.
5. При каких значениях параметра a система $\begin{cases} y = |2x^2 - 4x - y| \\ ax = y - 1 \end{cases}$ имеет ровно 3 решения?

Физико-математическое отделение. Москва. Май 2017 года.

Письменная работа по математике для поступающих в 11 класс

Вариант 2

1. Гончару нужно изготовить несколько чашек и блюдец. Он тратит на формовку одной чашки 20 минут. Известно, что времена формовки одной чашки, формовки двух блюдец и одной чашки, формовки двух чашек и одного блюда образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию. Определить время формовки одного блюда.
2. Назовем натуральное число "сильным", если оно не является ни квадратом, ни кубом натурального числа и не делится на 4 без остатка. Например, число 79 – сильное, а 80 и 81 – нет. Сколько "сильных" чисел от 1 до 1001?
3. В параллелограмме ABCD точка T – середина стороны AB. Биссектриса угла C пересекает отрезок DT в точке O, а сторону AD в точке P. Известно, что площадь четырехугольника ATOP в семнадцать раз больше площади треугольника POD. Найти AD, если CD=1.
4. Найдите наименьшее значение выражения $\sqrt{4 + (x + 5)^2} + \sqrt{9 + (x - 5)^2}$.
5. При каких значениях параметра b система $\begin{cases} x = |x - 2y^2 - 8y| \\ y = b(x - 1) \end{cases}$ имеет ровно 3 решения?

Химико-биологическое отделение. Москва. Май 2017 года.
Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс
Вариант 1

1. В колбе находился 11% раствор соли. Одну десятую часть раствора отлили в пробирку, а из оставшейся части в колбе выпаривали воду до тех пор, пока соли в ней не стало 22%. Затем раствор из пробирки перелили обратно в колбу. Какой процент соли стал в растворе в колбе?
2. Назовем натуральное число "упорным", если оно не является ни квадратом, ни кубом натурального числа и не делится на 17 без остатка. Например, число 98 – упорное, а 34 и 100 – нет. Сколько "упорных" чисел от 1 до 300?
3. Решите неравенство $\frac{|x-3|}{x^2-x-6} > 0$.
4. В выпуклом четырехугольнике ABCD угол ABC равен 120° , угол CAD равен 34° , угол ACD равен 86° . Найти радиус описанной вокруг треугольника ABD окружности, если $AC = 2\sqrt{3}$.
5. В 9А учится 7 мальчиков, в 9Б – 6 мальчиков, в 9В – 8 мальчиков и в 9Д – 4 мальчика. Надо выбрать трех мальчиков так, чтобы все были из разных классов. Сколькими способами это можно сделать?

Химико-биологическое отделение. Москва. Май 2017 года.
Письменная работа по математике для поступающих в 10 класс
Вариант 2

1. В колбе находился 22% раствор сахара. Одну десятую часть раствора отлили в пробирку, а из оставшейся части в колбе выпаривали воду до тех пор, пока сахара в ней не стало 44%. Затем раствор из пробирки перелили обратно в колбу. Какой процент сахара стал в растворе в колбе?
2. Назовем натуральное число "сильным", если оно не является ни квадратом, ни кубом натурального числа и не делится на 19 без остатка. Например, число 98 – сильное, а 38 и 100 – нет. Сколько "сильных" чисел от 1 до 300?
3. Решите неравенство $\frac{|x-5|}{x^2-3x-10} > 0$.
4. В выпуклом четырехугольнике KLMN угол KLM равен 150° , угол MKN равен 69° , угол KMN равен 81° . Найти радиус описанной вокруг треугольника KLN окружности, если $KM=2$.
5. В 10А учится 6 девочек, в 10Б – 5 девочек, в 10В – 3 девочки и в 10Д – 4 девочки. Надо выбрать трех девочек так, чтобы все они были из разных классов. Сколькими способами это можно сделать?