

**Специализированный учебно-научный центр -
факультет МГУ им. М.В. Ломоносова,
Школа имени А.Н. Колмогорова
Кафедра физики**

Общий физический практикум

Лабораторная работа №3.15

**Исследование
электростатических полей
методом электролитической ванны**

Составитель Т.П. Корнеева

2011 г.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ МЕТОДОМ ЭЛЕКТРОЛИТИЧЕСКОЙ ВАННЫ

Цель работы

Получение картины электростатического поля электродов заданной формы путем построения линий равного потенциала.

Приборы и оборудование

Электролитическая ванна с набором электродов; блок питания; электронный блок сравнения потенциалов; пантограф.

1. ВВЕДЕНИЕ

При конструировании электронных ламп, конденсаторов, электронных линз и других устройств требуется знать распределение электрического поля в пространстве, заключенном между электродами сложной формы. Аналитический расчет поля удается только при самых простых конфигурациях электродов и в общем случае невыполним. Поэтому исследование сложных электростатических полей проводят методами физического моделирования. Одним из таких методов является метод электролитической ванны, который состоит в следующем.

Изготавливают металлические модели электродов, создающих поле, и помещают их в слабопроводящую среду. Модели должны быть подобны оригиналам и подобным образом расположены. На электроды подают напряжения, пропорциональные напряжениям на действительных электродах. Тогда, если стенки сосуда достаточно удалены от изучаемой области, распределение потенциала между моделями электродов будет подобно распределению потенциала между действительными электродами. В

качестве проводящей среды часто употребляют какой либо электролит, налитый в достаточно большую ванну.

То обстоятельство, что внутри электролита текут токи, делает возможным применение токопотребляющих вольтметров и гальванометров, которые гораздо удобнее и надежнее электрометров.

Для измерения потенциала в различных точках среды в них помещают небольшой проводник – зонд, например в виде короткого металлического штифта, соединенного с измерительной аппаратурой. Изменяя потенциал зонда, можно добиться, чтобы протекающий через него ток стал равен нулю. Потенциал зонда равен в этом случае потенциалу, который имелся в исследуемой точке до введения зонда.

2. ТЕОРИЯ МЕТОДА

1. Свойства электростатического поля.

Закон взаимодействия электрических зарядов был установлен экспериментально Кулоном в 1785 г. В соответствии с этим законом величина напряженности электростатического поля точечного заряда q на расстоянии r , определяется как

$$E(r) = (1/4\pi\epsilon_0) q/r^2 \quad (1)$$

Используя выражение (1), можно доказать теорему Гаусса для электростатического поля, а именно:

Поток вектора напряженности сквозь замкнутую поверхность пропорционален заряду, находящемуся внутри этой поверхности.

$$\oint E_n ds = q/\epsilon_0 \quad (2)$$

В случае отсутствия зарядов внутри поверхности поток вектора \mathbf{E} равен нулю:

$$\oint E_n ds = 0 \quad (2a)$$

Из закона Кулона, выраженного формулой (1), следует также потенциальность электростатического поля, т.е.

В электростатическом поле работа сил поля над зарядом при его перемещении не зависит от формы пути, по которому движется заряд, а определяется только положением начальной и конечной точек траектории.

$$\int_1^2 q E_s ds = q(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (3)$$

Величина $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов между точками 1 и 2.

Связь между напряженностью и потенциалом можно получить и в дифференциальной форме, т.е. как связь между величинами, относящимися к одной точке пространства

$$E_s = - \Delta\varphi/\Delta s \quad (4)$$

Проекция вектора напряженности на данное направление равна быстрой изменению потенциала в этом направлении с обратным знаком.

В данной работе для нас является существенным также тот факт, что при наличии проводников в электростатическом поле

a) напряженность электростатического поля внутри проводника равна нулю;

b) вектор напряженности электростатического поля E перпендикулярен поверхности проводника.

Отсюда следует, что в случае неподвижных зарядов (электростатика) потенциал всех точек проводника одинаков.

2. Характеристики электрического тока. Закон Ома в интегральной и дифференциальной форме.

В проводниках под действием электрического поля возникает упорядоченное движение зарядов, которое называется *током проводимости*.

Линии, вдоль которых движутся заряженные частицы, названы *линиями тока*, причем направление линий тока

совпадает с направлением движения положительно заряженных частиц.

Если внутри проводника с током мысленно выделить трубку, у которой боковая поверхность состоит из линий тока, то заряженные частицы при своем движении не будут пересекать боковую поверхность трубки. Такая поверхность называется *трубкой тока*. Очевидно, что сила тока в такой трубке тока одинакова по всей ее длине. Поверхность металлической проволоки есть одна из трубок тока.

Количественной характеристикой движения заряженных частиц в проводящей среде служит *плотность тока*. Для цилиндрического проводника плотностью тока называется отношение силы тока в проводнике к площади его поперечного сечения $j = I / S$. Нетрудно получить, что, если n – концентрация заряженных частиц, v – их скорость, а q – заряд каждой частицы, то $j = q n v$. Т.к. скорость – векторная величина, можно ввести вектор плотности тока

$$\mathbf{j} = q n \mathbf{v}.$$

Рассмотрим теперь такую трубку тока, чтобы вектор плотности тока был одинаков в любой точке её поперечного сечения. Тогда сила тока в такой трубке равна

$$I = j S,$$

где S – площадь сечения, перпендикулярного вектору \mathbf{j} . Если сечение не перпендикулярно \mathbf{j} , то

$$I = j_n S,$$

где j_n – нормальная составляющая вектора к плоскости сечения.

Отсюда следует, что поток вектора \mathbf{j} через поверхность S внутри проводника с током равен силе тока через эту поверхность:

$$I = \int j_n ds \quad (5)$$

Если плотность тока и сила тока не меняются со временем, такой ток называют постоянным. Для постоянного тока сила тока одинакова во всех сечениях проводника. Если бы это было не так, то величина заряда между двумя сечениями изменялась бы со временем, что

привело бы к изменению электрического поля внутри проводника и, следовательно, к изменению тока.

Нетрудно увидеть, что поток вектора \mathbf{j} через замкнутую поверхность равен нулю в случае постоянного тока:

$$\oint \mathbf{j}_n \, ds = 0 \quad (5a)$$

Уравнение (5a) носит название *уравнения непрерывности для постоянного тока* и является математическим выражением закона сохранения заряда.

При наличии тока в проводнике потенциал в различных его точках уже не одинаков, а изменяется вдоль проводника с током. В случае постоянного тока разность потенциалов между двумя точками проводника не зависит от времени и увеличивается с увеличением расстояния между этими точками вдоль проводника, что говорит о том, что

а) *внутри проводника с током существует электрическое поле;*

в) *это поле потенциально;*

с) *существует отличная от нуля составляющая вектора напряженности электрического поля вдоль поверхности проводника.*

Если состояние проводника остается неизменным (не меняется его температура и т.д.), то для каждого проводника существует однозначная зависимость между разностью потенциалов или напряжением U , приложенным к концам проводника, и силой тока в нем: $I = f(U)$. Эта зависимость называется *вольтамперной характеристикой* данного проводника.

Для многих проводников, в том числе для металлов, эта зависимость особенно проста – *сила тока прямо пропорциональна приложенному напряжению*, т.е.

$$I = \Lambda U = U/R \quad (6)$$

Этот закон был установлен экспериментально и носит название *закона Ома*. Коэффициент пропорциональности Λ называется *электропроводностью проводника*, а величина

R , обратная электропроводности, – *электрическим сопротивлением*. Если проводник имеет цилиндрическую форму, то опыт показывает, что его сопротивление может быть выражено через его геометрические размеры следующим образом:

$$R = \rho \frac{L}{S}, \quad (7)$$

где L – длина проводника, S – площадь его поперечного сечения, ρ – удельное сопротивление вещества, из которого изготовлен проводник. Величина, обратная удельному сопротивлению, носит название *удельной электропроводности* или *проводимости* вещества

$$\lambda = \frac{1}{\rho}.$$

Закон Ома (6) и формула (7) позволяют найти силу тока в тех случаях, когда трубки тока имеют цилиндрическую форму, в т.ч. в проволоках. Однако, в проводящих средах трубки тока могут иметь другую форму, и тогда формула (7) неприменима.

Рассмотрим в однородной изотропной среде небольшой отрезок трубки тока малого сечения и два близких эквипотенциальных сечения 1 и 2.

РИСУНОК 1

Обозначим их потенциалы через φ_1 и φ_2 , а среднюю величину площади сечений через ΔS . Применяя к этому отрезку закон Ома (6) и формулу (7), получим

$$I = j \Delta S = (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \Delta S / (\rho \cdot \Delta l).$$

Или, используя удельную проводимость среды,

$$j = \lambda \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) / \Delta l = -\lambda (\Delta \varphi / \Delta l).$$

В соответствии с формулой (4) получившееся соотношение имеет вид:

$$j = \lambda E,$$

где E – напряженность электрического поля внутри проводника.

В изотропных средах скорость упорядоченного движения зарядов совпадает по направлению с силой, действующей на них со стороны электрического поля. Поэтому, учитывая векторный характер величин \mathbf{j} и \mathbf{E} , связь между ними может быть записана как

$$\mathbf{j} = \lambda \mathbf{E} \quad (8)$$

Соотношение (8) носит название *закона Ома в дифференциальной форме*. Оно применимо к проводникам любой формы и остается справедливым и в переменных электрических полях, являясь одним из основных уравнений электродинамики.

Сопоставляя уравнения (5а) и (8), мы видим, что электрическое поле \mathbf{E} в проводящей среде удовлетворяет тому же уравнению (2а), что и электростатическое поле $\mathbf{E}_{ст}$ в вакууме в отсутствие объемных зарядов, т.е. для напряженности поля \mathbf{E} справедлива теорема Гаусса.

На границах проводящей среды, т.е. на электродах, условия для полей \mathbf{E} и $\mathbf{E}_{ст}$ могут быть различны, т.к. вектор $\mathbf{E}_{ст}$ всегда перпендикулярен поверхности металла, а поле \mathbf{E} этому условию может и не удовлетворять. Но для электродов многих форм вектор \mathbf{E} также перпендикулярен поверхности электрода. Например, в случае сферического и цилиндрического конденсаторов это следует из соображений симметрии. Вектор напряженности поля \mathbf{E} будет также перпендикулярен к поверхности электрода любой формы, если удельная электропроводность среды намного меньше электропроводности вещества электрода, т.к. в этом случае потенциал во всех точках электрода будет практически одинаков. А это и есть наиболее интересные случаи. Поэтому можно принять, что оба поля \mathbf{E} и $\mathbf{E}_{ст}$ удовлетворяют не только одинаковым уравнениям, но и одинаковым граничным условиям, а значит, оба поля совпадают.

Итак, *внутри слабопроводящей среды электрическое поле совпадает с электростатическим полем, которое существовало бы между данными электродами, если бы между ними было то же напряжение, что и при наличии тока, а вместо проводящей среды был бы вакуум. При этом линии тока в среде совпадают с силовыми линиями электростатического поля в вакууме.*

Дополнение

Рассмотрим два примера применения формулы (8) для расчета силы тока в проводящих средах.

Пример 1. Сферический конденсатор с утечкой.

Пусть имеется сферический конденсатор емкости C , у которого пространство между обкладками заполнено веществом с диэлектрической проницаемостью ϵ и удельной электропроводностью λ .

Напряженность поля между обкладками равна

$$E = Q / 4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2, \text{ или}$$

$$E = CU / 4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2,$$

где U – напряжение между обкладками.

Тогда в соответствии с (8) плотность тока на расстоянии r от центра равна $\mathbf{j} = \lambda CU / 4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2$.

Применим теперь формулу (5), выбрав при этом в качестве поверхности S сферу некоторого радиуса r , проходящую между обкладками. Из соображений симметрии вектор \mathbf{j} направлен по радиусу и одинаков по величине во всех точках сферы. Тогда

$$I = jS = (\lambda CU / 4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2) 4\pi r^2 = \lambda CU / \epsilon\epsilon_0.$$

Сила тока через конденсатор в соответствии с (6) пропорциональна напряжению между обкладками.

Сопротивление утечки конденсатора равно

$$R = \epsilon\epsilon_0 / \lambda C = (1/R_1 - 1/R_2) / 4\pi\lambda,$$

где R_1 и R_2 – радиусы внутренней и внешней обкладок конденсатора.

Пример 2. Сопротивление заземления.

При сооружении телеграфных и телефонных линий прокладывают всего один провод. С этим проводом соединяют лишь один полюс источника тока отправительной станции, а второй его полюс присоединяют к металлическому листу, который закапывают в землю. Аппарат приемной станции присоединяют к линии и к другому такому же листу. Роль второго провода, замыкающего цепь, играет земля.

РИСУНОК 2

Существенным является то обстоятельство, что сопротивление заземления практически не зависит от расстояния между станциями. Сопротивление заземления получается сравнительно малым (в хороших заземлениях – омы и десятки омов), хотя среда между электродами плохо проводит электричество (сухие почвы, граниты и т.п.).

Чтобы понять свойства заземления, рассмотрим электроды простой формы в виде двух одинаковых шаров радиуса a и будем предполагать, что они погружены в безграничную однородную изотропную среду с удельной проводимостью λ .

Вычислим сопротивление между шарами, пользуясь методом, изложенным в предыдущем примере. Будем считать, что расстояние между шарами $L \gg a$. В этом случае можно пренебречь индукционным влиянием шаров друг на друга и считать, что заряды распределены на шарах равномерно. Если заряды на шарах $+q$ и $-q$, то их потенциалы (относительно бесконечности) выражаются соотношениями

$$\varphi_1 = q / 4\pi\epsilon\epsilon_0 a, \quad \varphi_2 = -q / 4\pi\epsilon\epsilon_0 a.$$

Разность потенциалов, или напряжение, между шарами, есть

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = q / 2\pi\epsilon\epsilon_0 a.$$

Напряженность поля у поверхности каждого шара равна

$$E = q / 4\pi\epsilon\epsilon_0 a^2 = U / 2a$$

Окружим один из шаров замкнутой поверхностью, вплотную прилегающей к поверхности шара, и вычислим силу тока через нее:

$$I = \oint_S j dS = \lambda \oint_S E dS = \lambda (U/2a) \cdot 4\pi a^2 = 2\pi\lambda a U.$$

Следовательно, сопротивление R среды между шарами равно

$$R = U / I = 1 / 2\pi\lambda a.$$

Мы видим, что сопротивление вовсе не зависит от расстояния между электродами и определяется только радиусами шаров и удельной проводимостью среды(!).

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

В данной работе предлагается исследовать электрическое поле, создаваемое электродами различной формы. При этом необходимо отметить, что поле, создаваемое неподвижными зарядами $E_{ст}$, и поле в проводящей среде E совпадают только в однородной изотропной среде. Если в среду поместить какое либо тело с проводимостью, отличной от проводимости среды, то поле E изменяется не так, как изменилось бы электростатическое поле.

Так например, если в слабопроводящую среду поместить металл, то поле внутри и снаружи металла будет определяться условиями протекания тока, т.е. потенциал в разных точках будет различным и поле не будет перпендикулярным поверхности, как было бы в случае электростатики.

Если часть среды будет занимать диэлектрик, картина линий тока в окружающей среде изменится, и в

соответствии с этим изменится и электрическое поле в пространстве между электродами.

Все эти соображения следует принимать во внимание при выполнении работы.

1. Экспериментальная установка.

Схема экспериментальной установки представлена на рисунке 3.

РИСУНОК 3

На рисунке обозначены:

1 – электролитическая ванна, изготовленная из диэлектрика (оргстекло), в которую заливается электролит (водопроводная вода);

2 – подвижный зонд, связанный с электронным блоком сравнения;

3 – пантограф – механическая система, обеспечивающая одинаковые перемещения зонда в электролитической ванне и направляющей карандаша (7) по листу бумаги;

4 – блок питания;

5 – электронный блок сравнения потенциалов зонда и исследуемой точки среды, снабженный двумя светодиодами (6), указывающими совпадение или несовпадение значений этих потенциалов;

потенциал зонда задается с помощью переменного резистора и считывается по положению лимба (8).

2. Порядок выполнения работы.

1. Установите в электролитической ванне электроды. С помощью пантографа перенесите их контуры на бумагу.

2. Включите питание установки и подождите 5 – 7 минут, чтобы установился режим протекания тока через электролит. Установите зонд как можно ближе к одному из электродов и, вращая лимб потенциометра, добейтесь положения, при котором погаснут оба светодиода. В этом случае разность потенциалов между электродом и зондом составляет не более 2 мВ. Запишите показания лимба. Аналогичным образом получите показания для второго электрода. Полученная разность показаний лимба соответствует разности потенциалов 10 В. Проведите градуировку шкалы лимба в единицах разности потенциалов и определите цену деления, учитывая, что шкала лимба линейна. Разбейте весь диапазон измерений на 8 – 10 равных частей для нахождения эквипотенциальных линий.

3. Установите лимб в положение, соответствующее первому из выбранных значений и найдите положение зонда, при котором оба светодиода не горят. Отметьте карандашом соответствующую точку. Перемещая зонд, найдите другие точки того же потенциала и делайте отметки карандашом на расстояниях примерно 1 – 1,5 см.

4. Подобным образом получите точки для других значений разности потенциалов.

5. Поместите в электролит пластину из диэлектрика. Следите, чтобы пластина была полностью покрыта слоем жидкости. Проведите все измерения как в п.п. 1 – 4.

3. Обработка результатов.

1. Соедините плавной кривой полученные точки для каждого из значений разности потенциалов и укажите это значение на кривой.

2. Постройте примерную картину силовых линий электрического поля, используя полученные эквипотенциальные кривые.
3. Вычислите значения напряженности электрического поля вблизи электродов и в точках, достаточно удаленных от электродов.
4. Объясните (качественно) получившуюся картину электрического поля в присутствии диэлектрика.

Сделайте выводы о проделанной работе.

Вопросы для получения допуска к выполнению лабораторной работы.

1. Сформулируйте цель работы.
2. Объясните назначение приборов и устройств, входящих в экспериментальную установку.
3. Какие физические величины подлежат непосредственному измерению в данной работе?
4. В какой форме Вы будете представлять результаты Вашей работы?

Вопросы к защите результатов лабораторной работы.

1. Почему электростатическое поле внутри проводника равно нулю?
2. Внутри изолированного сплошного проводника имеется полость. Могут ли на поверхности этой полости находиться свободные заряды?
3. Может ли быть так, чтобы в какой либо точке электростатического поля напряженность поля была равна нулю, а потенциал отличен от нуля, и наоборот? Приведите примеры.

4. Как связаны напряженность и потенциал электростатического поля? Выразите эту связь в интегральной и дифференциальной форме.
5. Опишите способы графического изображения электростатических полей и обоснуйте их.
6. Нарисуйте силовые линии поля, образованного двумя заряженными плоскостями с зарядами q_1 и q_2 .
7. Сформулируйте закон Ома в интегральной и дифференциальной форме.
8. Рассчитайте сопротивление утечки для плоского конденсатора.
9. Что такое метод электролитической ванны? Когда он применяется?
10. В чем состоит преимущество метода электролитической ванны по сравнению с электростатическими измерениями?

Рекомендуемая литература

1. **Физика – 10** под ред. Пинского А.А., М., 1995
2. Калашников С.Г. **Электричество**, «Наука», 1977, стр.118 – 125.