

СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЙ
УЧЕБНО-НАУЧНЫЙ ЦЕНТР –
факультет МГУ имени М.В. Ломоносова,
Школа имени А.Н. Колмогорова

Кафедра физики

Общий физический практикум

Лабораторная работа № 1.3

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ЮНГА
МЕТАЛЛОВ**

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ЮНГА МЕТАЛЛОВ

В данной работе учащиеся убеждаются в справедливости закона Гука для малых деформаций и определяют модуль Юнга известного материала. Исследуемым образцом служит тонкая проволока, которая подвергается растяжению различными силами заданной величины. Измеряя возникающие при этом удлинения, можно экспериментально проверить закон Гука и вычислить модуль Юнга исследуемого материала.

Теоретическая часть

Как показывает опыт, при действии силы на любое твердое тело в нем возникает деформация, т.е. наблюдается смещение различных частей этого тела друг относительно друга. В зависимости от величины, направления и точки приложения силы, а также от физических и геометрических свойств объекта возникающие деформации могут носить весьма сложный характер. Физика классифицирует эти деформации, относя их к тому или иному типу. Простейшим таким типом являются деформации растяжения или сжатия. В чистом виде они возникают, если твердый стержень постоянного поперечного сечения растягивать или сжимать вдоль его оси. Существует экспериментальный закон, носящий имя английского ученого Р.Гука, который гласит, что удлинение или сжатие x стержня пропорционально действующей силе F :

$$x = \frac{F}{k}, \quad (1)$$

где константа k , которую принято писать в знаменателе, называется коэффициентом упругости образца. Закон этот выполняется лишь в области малых деформаций (у разных тел эта области различны): с ростом x зависимость $x(F)$ существенно усложняется и даже становится неоднозначной.

Коэффициент пропорциональности k , стоящий в законе Гука, характеризует конкретный образец и определяется не только с его материалом, но и его геометрическими размерами. Попробуем представить этот коэффициент в виде комбинации факторов, выражающих отдельно геометрические параметры образца и свойства материала. Для этого рассмотрим однородный стержень длины l и сечения S , растянутый двумя равными, противоположно направленными и равномерно распределёнными по сечению силами \vec{F} и $-\vec{F}$ (рис. 1).

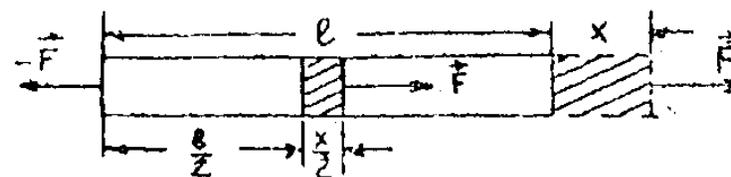


Рис. 1 К иллюстрации зависимости $x(F, l) \sim F \cdot l$

В любом сечении стержня будет действовать одинаковая по величине сила F (подумайте, почему), и поэтому каждый его участок будет растянут одними и теми же силами \vec{F} и $-\vec{F}$. Если весь стержень удлинится на x , то его половина (**стержень однороден!**) под действием тех же самых сил, очевидно, удлинится на $x/2$. Это означает, что удлинение образца пропорционально (помимо силы) его длине, т.е.

$$x \sim F \cdot l, \quad (2)$$

Для выяснения зависимости удлинения от площади сечения S стержня представим его разрезанным вдоль на две половины одинакового сечения $S/2$ (рис. 2).

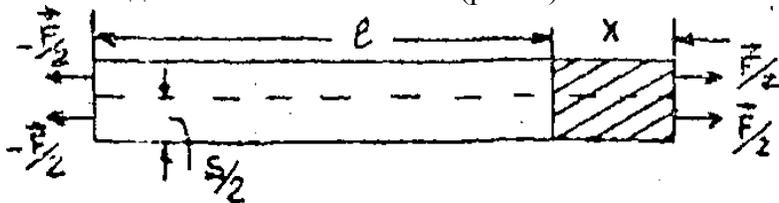


Рис. 2 К иллюстрации зависимости $x(F, S) \sim F/S$

Если нагрузка распределена равномерно по сечению, то каждая такая половина будет растянута силами $F/2$ и удлинится на то же x . Это значит, что сила, необходимая для растяжения стержня на одну и ту же величину, пропорциональна (помимо удлинения) его сечению:

$$F \sim S \cdot x, \text{ или} \\ x \sim \frac{F}{S} \quad (3)$$

Учитывая (3) и (2), получим:

$$x \sim \frac{l}{S} \cdot F$$

Поскольку длина и сечение исчерпывают геометрические характеристики рассматриваемого образца, коэффициент пропорциональности в формуле (4) не может от них зависеть, а должен определяться лишь свойствами материала. Он называется модулем Юнга, и его тоже принято писать в знаменателе:

$$x \sim \frac{1}{E} \cdot \frac{l}{S} \cdot F, \quad (4)$$

где E – модуль Юнга, который имеет размерность Н/м^2 .

Таким образом, поставленная задача выполнена: сравнивая (5) и (1), убеждаемся, что коэффициент упругости k действительно распадается на два множителя, одним из ко-

торых представлена «геометрия» образца, а другим – упругие свойства материала, из которого изготовлен образец:

$$k = \frac{S}{l} \cdot E \quad (5)$$

Формула (4) используется в данной работе для экспериментального определения модуля Юнга. Подвешивая к тонкой проволоке известной длины и площади сечения грузы определенной массы, снимают зависимость $x(F)$. Аппроксимация этой экспериментальной зависимости прямой линией даёт коэффициент пропорциональности k , который позволяет, используя формулу (5) вычислить величину модуля Юнга E .

Экспериментальная часть

Состав экспериментальной установки

1. Прибор для натяжения проволоки, закреплённый на стене;
2. Линейка на штативе со специальной шкалой;
3. Зрительная труба;
4. Рулетка.

Описание экспериментальной установки

Прибор состоит из двух кронштейнов A и B (см. рис. 3), расположенных один над другим, между которыми натягивается проволока из исследуемого материала. Её верхний конец, зажатый винтом кронштейна A , остается всё время неподвижным, нижний же имеет свободу перемещения в вертикальном направлении. Это достигается тем, что нижний конец прикреплен к кронштейну B не жёстко, а посредством рычага f , который может поворачиваться вокруг горизонтальной оси Q и, таким образом, давать возможность проволоке удлиняться. Удлинение осуществляется с помощью гирь P , подвешиваемых к цилиндру d , соединённому с нижним концом проволоки.

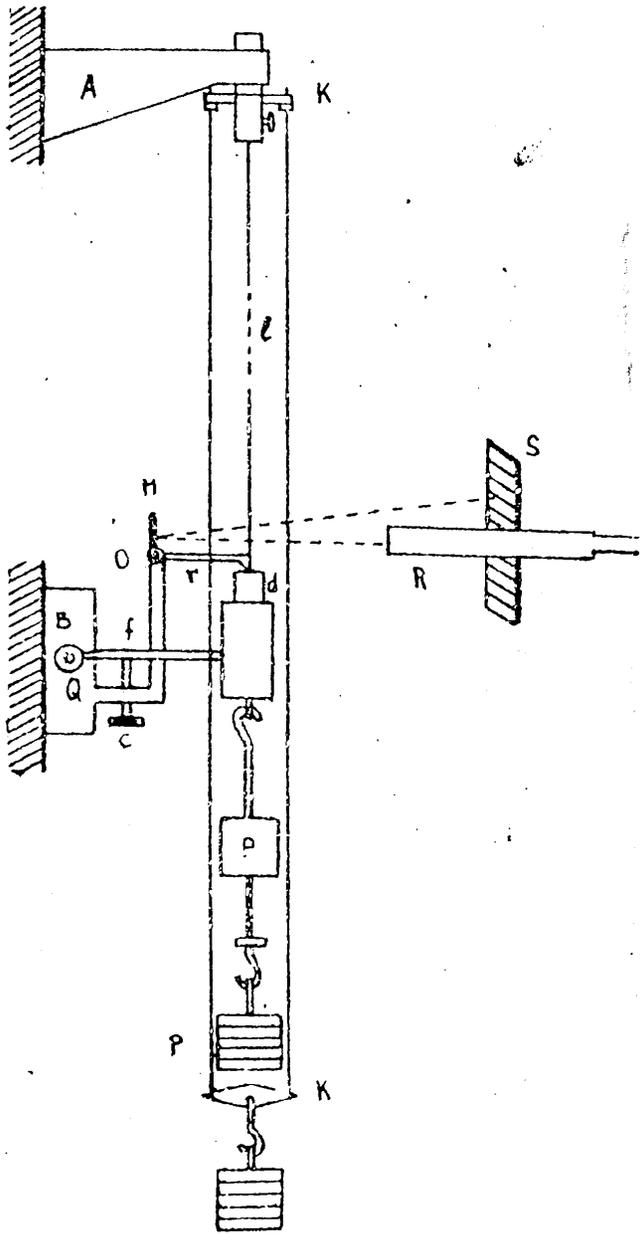


Рис. 3 Эскиз экспериментальной установки

Поскольку возникающие деформации оказываются весьма незначительными, в работе используется оптический метод измерения малых перемещений, обладающий высокой чувствительностью (Рис. 4).

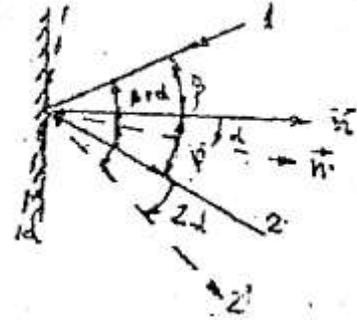


Рис. 4 К идее метода

На цилиндр d сверху опирается небольшой рычажок г, с которым жестко скреплено маленькое вертикальное зеркальце М. Рычажок (вместе с зеркальцем) может вращаться вокруг неподвижной горизонтальной оси О и прижимается к цилиндру легкой пружинкой (на рис. 1 не показана). При удлинении проволоки на величину x рычажок г

(а вместе с ним и зеркальце) повернется на малый угол:

$$\alpha = \frac{x}{b}, \quad (6)$$

где b - длина рычажка (при малых углах $\text{tga} \cong \alpha$).

Угол этот измеряют с помощью вертикальной шкалы S, изображение которой рассматривается в зеркальце через трубку R, используя в окуляре горизонтальную нить. Из оптики известно, что угол падения β светового луча на зеркало (рис. 4) равен углу его отражения φ (углы эти измеряются относительно нормали n). Если не менять направления падающего луча 1, а зеркало повернуть на угол α , то, как следует из рис. 1, отраженный луч 2 повернется в ту же сторону на угол 2α . Таким образом, угол между падающим и отраженным лучами изменится на величину 2α . Правда, в нашей установке неизменным остается направление отраженного луча (направление на трубу), но это не меняет дела: просто при повороте зеркальца по этому направлению после отражения пойдет падающий луч, выпущенный другой точкой шкалы. А это и значит, что после поворота мы увидим в трубе эту точ-

ку. Стало быть, если Δn - разность (сантиметровых) делений шкалы при повороте зеркала на малый угол α , а D - расстояние от зеркала до шкалы (тоже в см), то очевидно, что:

$$2\alpha = \frac{\Delta n}{D}, \quad (7)$$

Подставляя (6) в (7) и выражая удлинение проволоки, получим:

$$x = \frac{b \cdot \Delta n}{2D}, \quad (8)$$

Нижний кронштейн В имеет арретир, пользуясь которым вворачивая винт с, можно освобождать проволоку от нагрузки. Грузы, необходимые для нагрузки проволоки, берут от особого подвеса, укрепленного на верхнем кронштейне. **При снятии нагрузки грузы укладывают на подвес!** Этим достигается неизменность нагрузки на верхний кронштейн и, тем самым, постоянство перегиба последнего. Нагрузку проволоки и снятие нагрузки нужно всегда производить при поднятом арретире.

Порядок проведения измерений

Длина проволоки l , ее диаметр δ и размер b рычажка $г$ приводятся в табличке на стене как данные установки. Их (вместе с другими данными, содержащимися в таблице) переносят в тетрадь. Таким образом, для определения модуля Юнга остается только измерить удлинение проволоки. Измерения эти проводят в следующем порядке.

Сначала проволоку нагружают половиной имеющихся грузов, находят в трубе изображение шкалы, фокусируют трубу, а шкалу устанавливают так, чтобы была видна её середина. Затем измеряют рулеткой расстояние между зеркалом и шкалой (и уже больше не сдвигают ни шкалу, ни трубу). После этого, подняв арретир, снимают все грузы и, опустив арретир, отмечают нулевую точку на шкале. Последовательно

нагружая проволоку сначала одним, затем двумя и т.д. одинаковыми грузам (масса груза m указана в табличке на стене), производят запись отсчетов делений шкалы, наблюдаемых в трубу, а после этого так же последовательно идут в обратном порядке, снимая грузы и перекладывая их на подвес.

Заметим, что формулы (6) и (7) оправданы только в том случае, если рычажок $г$ и падающий на него луч точно или почти точно горизонтальны (почему – объясните сами). При выполнении работы нужно следить за тем, чтобы это условие соблюдалось.

Если нулевая точка не совпадает с прежней, берут среднее значение из двух показателей; также поступают с каждым двумя отсчетами, полученными при одинаковых нагрузках. Данные заносят в таблицу №1 (заполняя пока только 2 и 3 колонки). Здесь N - количество грузов, а $n \uparrow$ и $n \downarrow$ - показатели шкалы, соответственно при увеличении и уменьшении нагрузки.

Таблица №1

N	F, Н	$n \uparrow$, см	$n \downarrow$, см	n_{cp} , см	Δn , см	x , мм	Δx , мм	ε_x^{np}	E Н/м ²	ΔE^{cl} Н/м ²
0										
1										
2										
3										
4										
5										
Средние										

Расчётная часть

Сначала заполняют первую, четвертую и пятую колонки приведенной выше таблицы, причем в столбец Δn заносят разность n_{cp} , соответствующих какому-то N и $N = 0$. Далее по формуле (4) вычисляют удлинения x (в зависимости от Δn) и заполняют следующую колонку таблицы. Для расчета абсолютной погрешности удлинения Δx находят относительные приборные погрешности b , Δn и D и складывают их, после чего полученную относительную ошибку опять "переводят" в абсолютную:

$$\varepsilon_x^{np} = \sqrt{\varepsilon_b^2 + \varepsilon_{\Delta n}^2 + \varepsilon_D^2}, \quad (5)$$

$$x^{np} = x \cdot \varepsilon_x$$

Заполнив следующие три столбца таблицы, строят график зависимости $x(F)$ и убеждаются в справедливости закона Гука.

Для определения модуля Юнга используют формулу (0), из которой следует:

$$E = \frac{l \cdot F}{S \cdot x} = \frac{4l \cdot F}{\pi \delta^2 \cdot x}, \quad (6)$$

(δ - диаметр проволоки). Находят пять значений E , усредняют, затем пять значений $\Delta E_{сл}$ и далее $\Delta E_{сл}^{cp}$ и заносят все это в последние столбцы таблицы. Поскольку каждое значение E найдено с некоторой приборной ошибкой, в окончательном результате необходимо учесть и ее. Из (3.9) относительная и абсолютная приборные погрешности:

$$\varepsilon_E^{np} = \sqrt{\varepsilon_l^2 + \varepsilon_F^2 + (2\varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_x^{np})^2}, \quad (7)$$

$$\Delta E^{np} = E \cdot \varepsilon_E^{np}$$

Приборные погрешности $\Delta E_{пр}$ получают разными для различных удлинений, и их тоже нужно усреднить. Для этого

достаточно усреднить лишь, ε_x^{np} ибо разброс в ε_l^{np} возникает только из-за них. Вот зачем нашей таблице понадобилась клетка $\varepsilon_{x_{cp}}^{np}$. Итак, средняя приборная ошибка может быть найдена по формулам

$$\varepsilon_{E_{cp}}^{np} = \sqrt{\varepsilon_l^2 + \varepsilon_F^2 + (2\varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_{x_{cp}}^{np})^2}, \quad (8)$$

$$\Delta E_{cp}^{np} = E_{cp} \cdot \varepsilon_E^{np}$$

откуда уже легко определяется полная, погрешность измерения величины модуля Юнга E :

$$\Delta E = \sqrt{(\Delta E_{cp}^{сл})^2 + (\Delta E_{cp}^{np})^2} \quad (9)$$

Окончательный результат записывают в виде:

$$E = (E_{cp} \pm \Delta E) \frac{H}{M^2}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta E}{E_{cp}} \cdot 100\%$$

Сравнивая найденное значение E с табличными, определяют материал, из которого изготовлена проволока. В случае обнаружения отклонений экспериментальной зависимости $x(F)$ от линейной анализируют возможные причины появления этих отклонений.

Вопросы

1. Какие существуют основные типы деформаций?
2. Почему при малых деформациях справедлив закон Гука (с точки зрения молекулярного строения вещества)?
3. Что такое упругие деформации? предел и запас прочности?
4. Происходит ли при растяжении изменение поперечного сечения образца?
5. Характеристикой чего, материала или образца, является коэффициент упругости? модуль Юнга?
6. Почему, грузы, которыми растягивают проволоку, берут со специального подвеса, а, например не со стола? N
7. Что дает наибольший вклад в ошибку измерения E?
8. Для чего нужен арретир?
9. Почему в измерениях отсутствует точка, соответствующая нулевой нагрузке (все время висит верхний рис.3 груз P)?

Рекомендованная литература

1. Мякишев Г.Я., Синяков А.З., «Механика», учебник Физика-10 класс.
2. Матвеев А.Н., «Механика: учебное пособие», т. 1.
3. Сивухин Д.В., «Общий курс физики», т. 1.
4. Ландсберг Г.С., «Элементарный учебник физики», т. 1.
5. Сергеев С.П. «Обработка результатов физического эксперимента».

ДОПОЛНЕНИЕ. ИЗУЧЕНИЕ РАСТЯЖЕНИЯ РЕЗИНОВОГО ЖГУТА

Резиновый жгут растягивается в станке, схематическое изображение которого приведено на рис. 5.

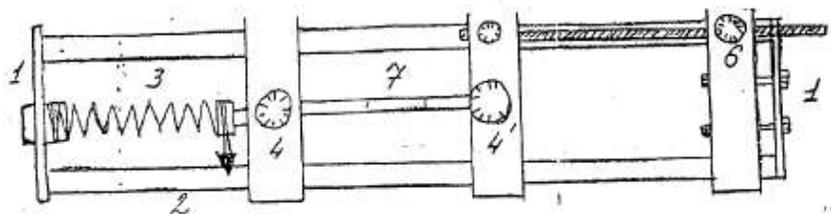


Рис. 5 Эскиз станка для растяжения резинового жгута.

Станок состоит из двух боковин (1), жестко скрепленных двумя направляющими стержнями (2), пружинного динамометра (3), двух подвижных зажимов (4) для жгута (7), подвижного стержня (5), положение которого фиксируется винтом (6). Подвижный стержень жестко соединен с одним из зажимов, а второй зажим соединен со свободным концом динамометра. Целью упражнения 2 является получение диаграммы растяжения резинового жгута. На жгуте нанесены 2 метки, расстояние между которыми следует измерять штангенциркулем. Жесткость пружины динамометра 1000 Н/м.

Последовательность проведения измерений:

1. Зафиксируйте положение подвижного стержня с помощью винта (2);
2. Дождитесь, пока процесс растяжения резины закончится (20-30 секунд), затем проведите измерения удлинения резинового жгута и пружины динамометра.
3. Замерьте поперечный диаметр жгута;
4. Измените положения стержня;
5. Проведите серию таких измерений (п.1-п.4) и занесите данные в таблицу (форму определяет сам учащийся).

Расчётная часть

Следует получить диаграммы растяжения при последовательно увеличивающейся и последовательно уменьшающейся нагрузке.

В отчете должны содержаться: диаграмма растяжения и зависимость поперечного диаметра жгута от величины растягивающей силы. Постройте также зависимость объема выделенной части жгута от величины силы, растягивающей жгут.