

Капля воды на поверхности стекла.

Все наблюдательные читатели не раз видели капли тумана на поверхности оконных стекол. Можно подышать на чистое холодное оконное стекло и получить туманное пятнышко, которое достаточно быстро уменьшается в размерах и пропадает.

Возникает такое пятнышко на поверхности в том случае, если температура стекла ниже температуры тела человека. В выдыхаемом воздухе влажность близка к 100% при температуре 37°C (310К). Температура холодного стекла ниже, чем температура «росы» для выдыхаемого влажного воздуха, поэтому на стекле происходит конденсация водяного пара.

После того, как мы прекратили обдывать стекло, конденсация пара прекращается. Воздух вблизи окна всегда участвует в конвективном движении и его влажность меньше 100% при температуре оконного стекла. Начинается процесс испарения воды с поверхности капель. Испаряющаяся с поверхности капель вода в виде пара уносится конвективным потоком воздуха. Через некоторое время все капли испаряются, и поэтому туманное пятнышко исчезает.

Если источник влажности в теплой комнате имеет достаточный запас воды, то капли на поверхности холодного оконного стекла растут и при некотором критическом размере начинают спуск вниз. На стекле остаются следы движения крупной капли – дорожка чистой поверхности, на которой нет капель. На пути вниз крупная капля «съедает» все мелкие капельки, которые ей встречаются. Путь капли – это не прямая линия. Случайные повороты в одну и другую стороны связаны с тем, что на её пути встречаются достаточно крупные капли, которые ещё не пришли в движение. Перетекание воды в объединенной капле и приводит к отклонению траектории центра капли от прямой линии.

Понятно, что именно гравитация заставляет каплю двигаться вниз. Остается непонятным, почему капля начинает движение вниз только после того, как её размер становится достаточно большим. Каким образом капле удается оставаться в положении равновесия, когда она находится на наклонной (или даже вертикальной) поверхности?

Начнём рассмотрение со случая, когда гравитация отсутствует. Равновесное положение капли на плоской поверхности стекла в этом случае достигается, если слегка постучать по стеклу. Капля на поверхности имеет форму части шара. Давление Лапласа всюду в жидкости одинаковое и равно $2\sigma_{\text{ж}}/r$. Открытая поверхность воды характеризуется энергетическим коэффициентом $\sigma_{\text{ж}}$ (другими словами коэффициентом поверхностного натяжения). Поверхность контакта жидкости и стекла характеризуется коэффициентом $\sigma_{\text{ж}} - \sigma_{\text{жт}}$. Коэффициент $\sigma_{\text{жт}}$ характеризует энергию молекулы жидкости на поверхности твердого тела. Условие равновесия капли, определяющее её геометрическую форму, состоит в достижении минимума суммарной энергии при дополнительном условии постоянства объема жидкости:

$$\sigma_{\text{ж}} \times S_{\text{своб}} + (\sigma_{\text{ж}} - \sigma_{\text{жт}}) \times S_{\text{контакта}} = \min. \quad V = \text{const.}$$

Например, если $\sigma_{\text{ж}} = \sigma_{\text{жт}}$, то второе слагаемое равно нулю. В этом случае капля принимает форму полушара радиуса r . Площадь контакта равна πr^2 . Объем

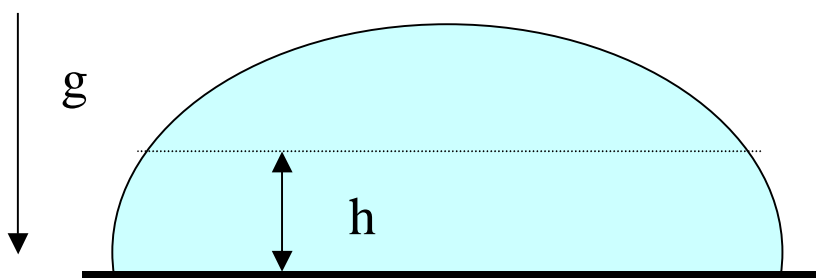
капли V равен $2\pi r^3/3$. Этому случаю соответствует краевой угол 90° . Эта ситуация примерно соответствует поведению капли чистой воды на поверхности чистого стекла.

Проведем с каплей небольшого размера (чтобы можно было не учитывать гравитацию) эксперимент. Шприцем с тонкой иглой аккуратно и медленно добавим воды в каплю, или наоборот заберем из капли немного воды. Оказывается, при небольшом изменении объема капли пятно контакта капли с поверхностью стекла остается прежним. Такое положение сохраняется длительное время, хотя форма капли не соответствует условию минимальности суммарной поверхностной энергии. Понятно, что полученные формы капли являются неустойчивыми. Достаточно постучать по поверхности стекла рядом с каплей, чтобы она приняла новую форму (устойчивую): форму части шара с большим или меньшим радиусом. Полученный в эксперименте результат можно интерпретировать так: угол смачивания поверхности стекла водой может принимать некоторый диапазон значений, в середине которого находится равновесное значение угла смачивания (близкое для пары вода-стекло к 90°). Крайние значения углов, очевидно равны 0° и 180° , однако получить экспериментально такие углы невозможно: капля воды приходит в движение! Если угол, образованный поверхностью капли с поверхностью стекла, не сильно отличается от равновесного угла смачивания ($\sim 90^\circ$), то капля длительное время сохраняет свою форму.¹

Включим теперь в рассмотрение гравитацию. Устойчивая форма капли на горизонтальной поверхности стекла определяется минимумом суммарной потенциальной энергии капли при условии постоянства её объема. В потенциальную энергию входят: поверхностная энергия капли и энергия капли в поле тяжести, отсчитываемая, например, от уровня поверхности стекла. Равновесная форма капли характеризуется определенной связью между кривизной K поверхности² капли ($K = 1/R_1 + 1/R_2$) и расстоянием h от соответствующего участка поверхности воды до поверхности стекла:

$$K\sigma - \rho gh = \text{const.}$$

Равновесному состоянию капли соответствует равновесный угол смачивания.



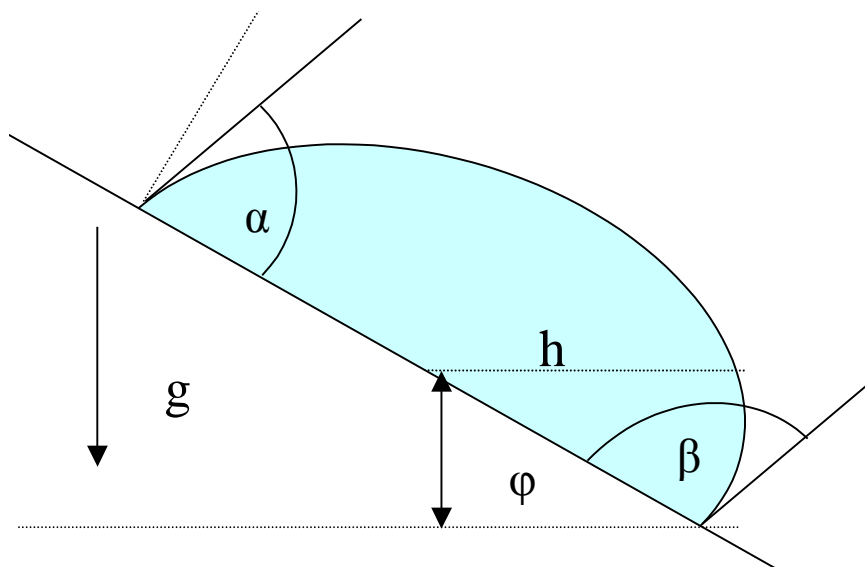
¹ Что-то похожее имеет место в механике: величина силы трения покоя может находиться в некотором диапазоне значений.

² Понятие кривизны гладкой поверхности строго определяют математики. Нам достаточно сказать, что кривизна поверхности в точке равна сумме обратных радиусов R_1 и R_2 кривизны двух линий, получаемых при пересечении кривой поверхности двумя взаимно перпендикулярными плоскостями, которые содержат перпендикуляр, восстановленный к кривой поверхности в выбранной точке.

На первом рисунке угол смачивания равен $\sim 90^\circ$, то есть форма капли равновесная. Пятно контакта капли и поверхности стекла имеет теперь больший радиус R , чем радиус пятна r в отсутствие гравитации (при том же объеме капли).

Интересно ведет себя капля при постепенном испарении воды с её поверхности: размеры пятна контакта воды и стекла в какие-то моменты скачком изменяются. Если в состав воды входили какие-нибудь соли, то на поверхности стекла после высыхания капли остаются соляные кольца. Положения колец соответствуют тем промежуткам времени, когда именно в этом месте находились границы пятна контакта воды со стеклом. Причина появления колец такова: из пересыщенного раствора соли выпадают кристаллы. Концентрация солей самая высокая именно там, где вода испаряется – вблизи поверхности воды. Образующиеся на поверхности капли кристаллики соли имеют плотность большую, чем вода, но они не тонут, а, удерживаясь на поверхности капли силами поверхностного натяжения, «соскальзывают» вдоль этой поверхности к самым низким местам и оседают на стекле именно вблизи границы пятна контакта воды со стеклом.

Наклоним теперь стекло так, чтобы оно образовало угол φ с горизонтом.



На втором рисунке показано, что углы, образованные поверхностью жидкости и поверхностью стекла в нижней и в верхней точках касания капли и стекла, не равны 90° . Угол в нижней части (β) больше 90° , а угол в верхней части (α) меньше 90° . При такой форме капли суммарная сила натяжения, действующая на каплю на всех участках линии границы её пятна контакта со стеклом, направлена не перпендикулярно к поверхности стекла, а составляет с ней некоторый угол. Это обстоятельство и позволяет капле находиться в равновесии на наклонной поверхности стекла. Углы α и β не равны равновесному краевому углу смачивания, поэтому такое положение капли не является устойчивым. Достаточно несильно постучать по поверхности стекла рядом с каплей, и она придет в движение. Опустившись немного вниз, капля может снова остановиться.

Уровень в поле тяжести можно отсчитывать от положения центра пятна контакта капли со стеклом. В этом случае кривизна поверхности капли вблизи нижней точки пятна контакта со стеклом больше, чем кривизна поверхности капли на уровне центра пятна контакта, на величину $\rho g R \sin(\varphi) / \sigma$. Кривизна поверхности капли вблизи верхней точки пятна контакта меньше, чем кривизна поверхности капли на уровне центра пятна контакта на такую же величину.

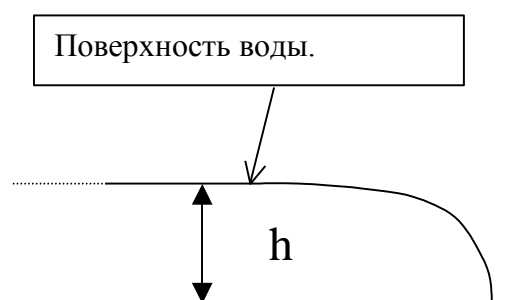
Если капля имеет малый объем, то кривизна ее поверхности изначально, то есть до того как стекло стали наклонять, была велика. Поэтому уменьшение или увеличение кривизны поверхности капли в её верхней или нижней точке не приводят к выходу углов, образованных поверхностями воды и стекла в месте контакта на границе их пятна контакта, за пределы допустимого диапазона. Следовательно, капля может долгое время находиться в равновесии на наклонной поверхности. Максимальный размер капель, которые висят на вертикальной поверхности стекла и не сползают вниз, может быть оценен из простых соображений: сила тяжести, действующая на каплю с пятном контакта диаметром D пропорциональна кубу диаметра $\rho g D^3 / 2$, а вертикальная составляющая суммарной силы натяжения, удерживающей каплю на поверхности, пропорциональна диаметру капли σD . Отсюда порядок величины максимального диаметра D найдется так:

$$D_{\max} \sim (2\sigma/\rho g)^{1/2} \approx 3,7 \text{ мм}$$

При большом объеме капли совсем небольшой наклон поверхности стекла приводит к выходу соответствующих углов за границы допустимого диапазона и капля приходит в движение. Рассмотрим настолько большую каплю воды, что её точнее было бы назвать не каплей, а лужей, которая характеризуется диаметром D . Равновесная глубина лужи находится из условия равновесия: $\rho g h^2 / 2 = \sigma$. Для воды эта глубина равна:

$$h = \sqrt{\frac{2\sigma}{\rho g}} = 3,7 \text{ мм} \approx 4 \text{ мм}$$

Заметим, что полученная оценка максимального диаметра капли D_{\max} и глубины лужи h описываются одной и той же формулой!



Кривизна поверхности воды вблизи ее края у самой поверхности стекла равна:

$$K = \rho g h / \sigma.$$

При диаметре лужи $D \gg h$ наклон поверхности стекла на угол φ должен привести к изменению кривизны поверхности воды: к его увеличению в нижней точке и к уменьшению в верхней точке на величину $\rho g (D/2) \sin(\varphi) / \sigma$. Условие того, что лужа не начнет движение, состоит в том, что изменение кривизны не должно быть больше, чем исходная существовавшая кривизна поверхности воды:

$$\rho g(D/2)\sin(\varphi)/\sigma < \rho gh/\sigma \text{ или:}$$

$$\sin(\varphi) < \sqrt{\frac{2\sigma}{\rho g}} \times \frac{2}{D}$$

Из полученной формулы следует очевидный вывод, что чем больше диаметр лужи, тем меньший угол наклона плоскости стекла к горизонту приведет к течению воды.

Попробуйте самостоятельно поэкспериментировать с небольшими каплями и с большими лужами. Разнообразие в эксперименты можно внести, если брать разные жидкости, варьировать температуру и изменять материал, на котором находится жидкость. То есть, например, поверхность стекла можно покрывать веществами, которые жидкость (вода) смачивает в разной степени.

Успехов Вам, дорогие читатели в экспериментировании!

С. Варламов

18 февраля 2003 г.