

Варламов Сергей Дмитриевич  
Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики специализированного учебно-научного центра МГУ им. М.В. Ломоносова. Член жюри Московской городской и Всероссийской олимпиад школьников по физике.

## Золото Резерфорда

### Ядра в атомах

Наличие ядер у атомов было установлено в результате экспериментов, которые проводились Э. Резерфордом с учениками Г. Гейгером и Э. Марсденом. В этих экспериментах изучалось рассеяние альфа частиц ( $\alpha$ -частиц) на золоте. Золото «раскатывалось» в тонкую полупрозрачную пластинку с толщиной меньше 1 мкм. Альфа частицы получались из вещества, содержащего радий  $^{226}\text{Ra}$  (период полураспада  $T = 1600$  лет, энергия  $\alpha$ -частиц  $E_\alpha = 4,8$  МэВ). Активность  $G$  использованного источника Резерфорд с Гейгером установили с максимально возможной точностью. Она была равна примерно  $13 \times 10^4$  Беккерель (число распадов в секунду) или 0,13 Резерфорд. Один Резерфорд =  $10^6$  Беккерель.

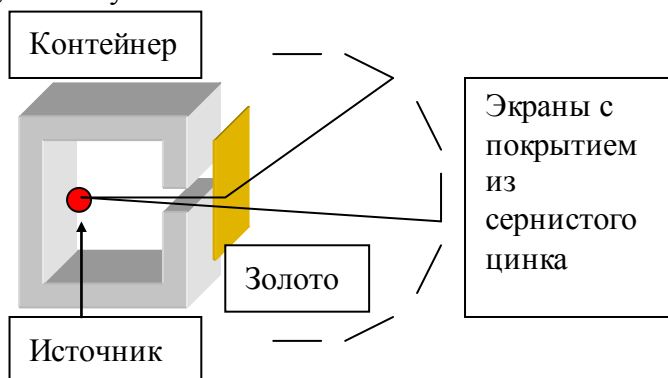
Оценим количество  $N$  радиоактивного вещества Ra (в молях), которое было в распоряжении экспериментаторов.

$$\frac{\ln(2) NA}{T} = G.$$

Здесь  $A$  – число Авогадро.

$$N = \frac{1600 \times 365 \times 24 \times 3600}{\ln(2) 6.02 \times 10^{23}} \times 130000 = 1,57 \times 10^{-8} \text{ моль}$$

Масса радия в источнике была примерно  $3,5 \times 10^{-9}$  кг. Такой источник с радием имел совсем малые размеры, поэтому его можно считать «точечным источником»  $\alpha$ -частиц.



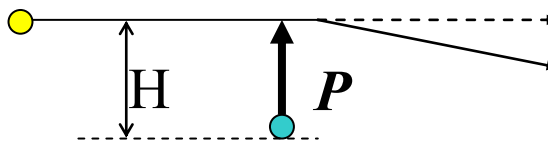
Из контейнера, в котором находился источник,  $\alpha$ -частицы вылетали сквозь узкое длинное отверстие. Телесный угол, в котором располагались векторы скоростей вылетевших частиц, составлял (по-видимому) около  $0,3^\circ \times 0,3^\circ$ . За 10 секунд через такое отверстие вылетало в среднем 3 частицы.

Проводя эксперимент, физики сидели в темноте (в лаборатории Резерфорда это было подвальное помещение) и регистрировали световые вспышки, которые возникали на экранах, покрытых сернистым цинком, то есть записывали значения углов, на которые отклонились  $\alpha$ -частицы, попав на золотую пластинку.

В воздухе длина пробега  $\alpha$ -частиц около 5 см, поэтому экраны располагались примерно на таком же по порядку величины расстоянии от источника. Тормозятся частицы в веществе в основном за счёт взаимодействия с электронами внешних электронных оболочек атомов. При этом атомы вещества возбуждаются или ионизируются, поэтому в известном приборе – камере Вильсона – можно наблюдать и регистрировать следы (треки) заряженных частиц.

Поскольку тяжелые частицы (масса много больше массы электрона) в каждом акте взаимодействия теряют малую долю своей энергии, пучок моноэнергетических частиц, проходя через вещество, практически не меняет своей интенсивности вплоть до конца пробега, когда кинетическая энергия частиц сравнивается с энергией ионизации атомов вещества. В жидком воздухе (если бы частицы летели через него) концентрация таких электронов была бы примерно в 1000 раз больше. В конденсированном веществе длина пробега  $\alpha$ -частиц в соответствующее число раз меньше  $5 \text{ см} / 1000 = 5 \times 10^{-5} \text{ м}$ . А если жидкий воздух заменить на золото, то (по данным справочника) длина пробега укорачивается ещё примерно в три раза.  $(5 \times 10^{-5} \text{ м}) / 3 = 1,7 \times 10^{-5} \text{ м}$ . Пластинки из золота в экспериментах Резерфорда имели толщину примерно в 100 раз меньшую, чем  $1,7 \times 10^{-5} \text{ м}$ . Большинство  $\alpha$ -частиц поэтому пролетало сквозь пластинку. Для них (для большинства частиц) наблюдались отклонения от первоначального направления движения на малые углы порядка 0,5 градуса.

Если считать электроны, с которыми взаимодействует во время полёта «энергичная»  $\alpha$ -частица, покоившимися до взаимодействия, то импульс  $P$ , полученный электроном в результате взаимодействия, зависит от «прицельного расстояния»  $H$ , на котором пролетела бы частица, если бы взаимодействия не было:



$$|P| = \frac{e^2}{\pi \epsilon_0 H v}.$$

На рисунке синим кружком изображен электрон,  $P$  – его импульс после взаимодействия, а желтым кружком изображена  $\alpha$ -частица, в формуле  $v$  – это её скорость. Из этой формулы для модуля импульса электрона (попробуйте её получить самостоятельно) следует, что кинетическая энергия, полученная одним электроном  $P^2/(2m_e)$ , а также многими электронами при движении  $\alpha$ -частицы в веществе за небольшой промежуток времени, обратно пропорциональна кинетической энергии  $\alpha$ -частицы, ведь в знаменателе для модуля импульса электронов стоит скорость частицы. Полученная оценка для энергии электрона справедлива, если эта энергия значительно больше, чем энергия ионизации атома.

Эта оценка показывает, что при входе в вещество  $\alpha$ -частица сначала теряет энергию медленно, а большую часть кинетической энергии она растрчивает в самом конце пути своего пробега в веществе <sup>(1)</sup>. Следовательно, в экспериментах Резерфорда большинство  $\alpha$ -частиц пролетали через золотую пластинку, потеряв в актах взаимодействия с электронами весьма малую долю своей кинетической энергии.

Электронов, мимо которых пролетает каждая  $\alpha$ -частица, много, прицельные расстояния разные, поэтому случайные отклонения от первоначального направления движения частиц распределены также случайно. Среднее значение (по модулю) угла отклонения пропорционально квадратному корню из числа актов взаимодействия. Если бы толщину пластинки увеличили в четыре раза, или использовали бы стопку из 4 одинаковых пластин, то средние отклонения  $\alpha$ -частиц увеличились бы вдвое – примерно до 1 градуса.

Если предположить, что вспышки регистрировались каждые 3÷5 секунд (более частые вспышки экспериментатору просто не успеть зарегистрировать), то общее количество вспышек, зарегистрированных за 10 часов наблюдений, могло составлять около 9 тысяч.

<sup>1</sup> Кстати, именно эта особенность потерь энергии тяжелыми заряженными частицами используется в медицине, когда с помощью пучков энергичных частиц уничтожают раковые клетки больного человека на заранее рассчитанной глубине внутри тела.

Гейгер говорил, что за время проведения экспериментов ему пришлось зарегистрировать более миллиона вспышек.

Оказалось, что для изготовленных из золота пластин, использовавшихся в первых экспериментах, примерно одна из 8000  $\alpha$ -частиц отклоняется от своего первоначального направления движения на угол, больший 150 градусов. Если направлять  $\alpha$ -частицы на стопку из нескольких одинаковых пластинок золота (или на одну более толстую пластинку), то число частиц, отклонявшихся на большие углы, увеличивалось в сравнении с числом частиц, отклонившихся на тот же угол от одной (тонкой) пластинки. Это говорило о том, что  $\alpha$ -частицы не отражаются от поверхности пластин, а отражаются где-то внутри них.

В качестве материала для изготовления фольги Резерфорд с коллегами использовали не только золото, но и другие вещества. Были у них пластины из олова, платины, серебра, железа, алюминия, других металлов. Оказалось, что при одинаковом количестве атомов, приходящихся на единицу площади пластинки, на большие углы отражалось тем больше  $\alpha$ -частиц, чем больше была масса отдельного атома вещества, из которого сделана пластинка.

Анализ распределения частиц по большим углам рассеяния позволил установить характер зависимости сил взаимодействия  $\alpha$ -частиц и рассеивающих эти частицы центров от расстояния между ними. Оказалось, что силы взаимодействия подчиняются закону Кулона: они обратно пропорциональны квадрату расстояния между частицами, если частицы считать точечными. В экспериментах Резерфорда с золотом не было обнаружено отклонений от Кулоновского закона взаимодействия. Центры, рассеивающие  $\alpha$ -частицы в золоте, имели размеры меньшие  $5 \times 10^{-14}$  м.

Только после многочисленных проверочных экспериментов и тщательных вычислений в 1911 году Резерфорд опубликовал результаты, из которых сделал вывод о наличии в атомах положительно заряженных ядер, в которых сосредоточена почти вся масса атома.

### **Судьба атома золота после удара $\alpha$ -частицы**

Если считать, что с судьбами  $\alpha$ -частиц мы разобрались, то можно обратить внимание и на поведение атомов золота. Скорости  $\alpha$ -частиц, вылетающих из радиоактивного источника, настолько велики в сравнении с тепловыми скоростями движения ядер золота и других металлов, что их ядра можно считать до взаимодействия с налетающими альфа частицами покоившимися.<sup>(2)</sup> При упругом «лобовом столкновении» ядро с массой  $M_j$ , значительно большей массы  $m_\alpha$   $\alpha$ -частицы, приобретает кинетическую энергию примерно равную:

$$W_j = \frac{4E_\alpha m_\alpha}{M_j}$$

Например, для ядер золота эта величина составляет примерно 0,39 МэВ, а для более лёгких ядер других элементов эта величина ещё больше.

Энергия химической связи одного атома в кристаллической структуре металла пластинки может быть оценена по порядку величины отношением: (молярная теплота испарения + молярная теплота плавления)/число Авогадро. Для золота эта величина равна примерно 3,5 эВ, что значительно меньше энергии, которую приобретает ядро после столкновения с  $\alpha$ -частицей.

Если пересест в систему отсчёта, движущуюся со скоростью  $V$  этого «сорвавшегося с места» ядра ( $V$  примерно равна 600 км/с), то кинетическая энергия электронов с массами  $m_e$ , которые можно считать «оставшимися» на месте вследствие инерции, будет равна:

$$\frac{4E_\alpha m_\alpha m_e}{M_j^2}$$

---

<sup>2</sup> Конечно, это связано с нашим выбором системы отсчёта. Можно выбрать и такую систему отсчёта, в которой альфа частицы будут покоиться, а на них будут налетать ядра золота.

Эта величина составляет для рассматриваемого эксперимента с золотом меньше 1 эВ. Энергия связи электронов в атоме золота гораздо больше 1 эВ, то есть электроны не отрываются от «своего» ядра при таком событии, а отправляются в путешествие вместе с ним. Скорость звука в золоте равна примерно 3 км/с, это значительно меньше начальной скорости ядра золота после лобового столкновения с  $\alpha$ -частицей.

При такой большой кинетической энергии (0,39 МэВ) ядро золота вместе со своими электронами, то есть атом золота целиком, «срывается с места» и либо покидает пластинку, либо, продвинувшись на некоторое расстояние среди других атомов кристалла, «застревает» в ней. Чтобы представить себе возможные варианты судьбы такого атома, нужно знать зависимость плотности заряда электронов от расстояния до ядра в атоме. Нам эта зависимость нужна для того, чтобы оценить расстояние, на которое могут «подобраться» друг к другу два атома золота, один из которых получил «пинок» от  $\alpha$ -частицы. От этого расстояния зависят размеры «препятствий» (неподвижных атомов золота в пластинке) для пришедшего в движение атома золота. Концентрация же этих препятствий равна концентрации атомов золота в пластинке. Если длина «свободного пробега» больше толщины пластинки, то большинство таких атомов улетают за её пределы. В противном случае нужно рассматривать акты столкновений атомов, в каждом из которых налетающий атом в среднем теряет примерно половину своей кинетической энергии.

Такой отправленный путешествовать атом золота сильно возмущает движение электронов в атомах, мимо которых он движется. И даже если он не испытает ни одного «лобового» столкновения, он, конечно, затормозится и застрянет среди других атомов. Хотелось бы оценить и длину его пробега.

### **Распределение плотности электронов вокруг ядра в атоме**

Все существующие в природе атомы разных веществ имеют не сильно отличающиеся размеры. По мере погружения вглубь атома от его «поверхности» средняя плотность распределения электронов сначала растёт, а по достижении некоторого определённого расстояния  $r_Z$  плотность распределения заряда электронов перестаёт сильно изменяться и до самого центра атома, где находится ядро с зарядом  $+Ze$ , остаётся конечной величиной. Как известно, Боровский радиус  $r$  иона с зарядом ядра  $+Ze$  и только одним электроном (водородоподобный ион) в состоянии с главным квантовым числом  $n$  связан с фундаментальными физическими константами соотношением:

$$r_{(n,z)} = \frac{K}{2R} \times \left( \frac{ne}{Z} \right)^2; \quad R = \frac{m_e}{2} \times \left( \frac{Ke^2}{\hbar} \right)^2.$$

Здесь  $R$  – это постоянная Ридберга, а  $K$  – это электрическая постоянная.

Можно считать, что  $r_Z$  – это и есть радиус иона при главном квантовом числе равном 1. Для атома золота ( $Z=79$ ) эта величина равна примерно  $10^{-14}$  м.

Итак, точечная заряженная частица, например, альфа частица, оказавшись в глубине атома на расстоянии  $r_Z$  от ядра, испытывает действие электрического поля как от точечного заряда  $+Ze$ . Она как бы оказывается внутри электронных оболочек с  $Z$  электронами в них. Можно сравнить вложенные друг в друга оболочки из электронов в атоме с игрушкой «Матрёшка» с разным количеством вложенных внутрь друг друга кукол.



Если в грубом приближении считать, что такая связь между расстоянием  $r_Z$  и числом  $Z$  справедлива для всех атомов, то можно найти распределение плотности заряда электронов от расстояния до ядра атома с зарядом  $Ze$ .

$$\int_{r_z}^{r_0} \rho(x) 4\pi x^2 dx = -Ze = -e \sqrt{\frac{Ke^2}{2Rr_z}} = \frac{const}{\sqrt{r_z}}.$$

Из этого уравнения можно найти, что в интервале расстояний  $x$  от  $r_0$  до  $r_z$  плотность отрицательного электрического заряда зависит от расстояния до ядра примерно так:

$$\rho(x) = -(x)^{-3.5} \frac{\hbar}{4\pi\sqrt{m_e K}}.$$

### Сталкивающиеся атомы золота

Представим себе, что два атома золота ( $Z=79$ ) столкнулись так, что их ядра сблизилась до расстояния  $r_z$ , и оценим потенциальную энергию их взаимодействия:

$$U \sim \frac{K(eZ)^2}{r_z} = \frac{m_e K^2 (eZ)^4}{\hbar^2} \approx 10^3 \text{ МэВ}.$$

Эта величина гораздо больше энергии, которую получает ядро золота при столкновении с  $\alpha$ -частицей, имевшей до столкновения энергию 4,8 МэВ. Сделанная оценка даёт основание утверждать, что расстояние наибольшего сближения ядер золота будет значительно больше, чем  $10^{-14}$  м.

Рассмотрим столкновение «лоб в лоб» двух одинаковых атомов, например, двух атомов золота. Характерные размеры (диаметры) атомов золота равны примерно 0,25 нм. До столкновения один атом движется, а другой атом покоится. Энергия налетающего атома значительно больше, чем энергия связи атома в кристаллической решетке, но недостаточна для того, чтобы достичь расстояния между ядрами  $r_z$ . В момент наибольшего сближения ядер их потенциальная энергия взаимодействия равна примерно половине от начальной кинетической энергии двигавшегося до столкновения атома, так как импульс системы из этих двух атомов сохранился, а масса движущегося вещества стала вдвое больше.

$$U_r \sim \frac{Ke^2 Z_E^2}{r} = \frac{\hbar^2}{r^2 m_e} = \frac{1}{2} E_{кин}$$

Найдем соответствующее расстояние для начальной кинетической энергии налетающего атома золота равной 0,39 МэВ:

$$r \sim \frac{\hbar}{\sqrt{\frac{E_{кин}}{2} m_e}} \approx 4 \times 10^{-12} \text{ м}$$

Это расстояние в 60 раз меньше диаметра атомов золота, но в 400 раз больше величины  $10^{-14}$  м.

Так как размеры «препятствий» значительно меньше расстояния между соседними «препятствиями», частица от одного серьёзного (почти лобового) «столкновения» до другого может пролететь значительное расстояние. Можно оценить соответствующую длину «свободного пробега»:  $L_{\text{св}} \approx D(60)^2/\pi \approx 1000D$ . Эта длина для рассматриваемого случая равна примерно 250 нм и совпадает по порядку величины с толщиной золотой пластинки  $< 1 \mu\text{м}$ . Так что часть атомов золота, испытавших столкновения с  $\alpha$ -частицами близкие к «лобовым», очевидно, вылетает за пределы пластинки. Оказавшись вне пластинки в воздухе, атом золота может либо вернуться на пластинку, либо покинуть её навсегда.

Остался неясным вопрос: Насколько будет велик пробег  $L_{\text{эл}}$  сорвавшегося с места атома золота, если он не испытает ни одного лобового столкновения, в растратит всю свою энергию на возбуждение и ионизацию атомов, мимо которых он пролетает? Пусть этот вопрос останется пока без ответа. Должна же сохраняться тайна, которую читатели захотели бы раскрыть самостоятельно! И, кроме того, у читателей должно возникнуть и

остаться совершенно правильное ощущение, что ещё не все открытия совершены, что каждому поколению физиков было и всегда будет, чем заняться! Нужно быть внимательным и по-хорошему любопытным, чтобы самому открыть для себя интересную область исследований.

## **Неожиданное и удивительное иногда встречается**

Однажды летом, гуляя по парку в Сочи, я боковым зрением увидел между деревьями, как вдалеке над морем в воздухе пролетел человек с поднятыми вверх руками. Это меня страшно удивило, и я направился посмотреть, что это было. Пока я шел, пролетело еще несколько человек. Только подойдя ближе, я разглядел, что они съезжают над морем вдоль натянутого троса и с удовольствием плюхаются с высоты в воду. Удивление прошло, но впечатление о нём осталось навсегда.

Эксперименты, поставленные Резерфордом, удивительны. Они входят в золотой фонд классических физических экспериментов.

С. Варламов

после доработки 5 мая 2007 г.

PS Пролёт со скоростью  $V$  порядка 600 км/с одного атома золота сквозь другой атом золота без «лобового столкновения» приводит к потере части кинетической энергии движущимся атомом. «Потерянная» энергия передаётся не ядру, а электронам внешних электронных оболочек покоившегося атома. Оценить энергию, полученную электронами, можно. Для этого нужно знать полученный ими импульс. Характеристикой вещества, которая связана с электронами внешних оболочек, является модуль Юнга  $E = 10^{11}$  Па. Сила  $F$ , действующая между покоившимся и пролетающим атомом, равна примерно  $ED^2$ , где  $D$  – это диаметр атома. Время пролёта равно  $D/V$ . Энергия, полученная электронами, равна:

$$\left( \frac{ED^3}{V} \right)^2 = \frac{2E^2D^6}{4Nm_eV^2} \times \frac{M_{Au}}{M_{Au}} = \frac{E^2D^6M_{Au}}{4Nm_eW_{Au}}$$

Здесь  $N$  – это не известное точно число электронов внешней оболочки, которым достался соответствующий импульс. Можно считать, что  $N$  находится в диапазоне  $5 \div 10$  шт.

$E_{Au}$  – это кинетическая энергия налетающего атома золота. При пролёте через первый же, встретившийся на пути, атом будет потеряна энергия:  $4 \div 8$  эВ. Это совсем небольшая величина в сравнении с имеющейся в запасе начальной кинетической энергией отдачи атома золота. Поэтому при начальном запасе кинетической энергии 0,39 МэВ атом золота, получивший удар от альфа-частицы, сумеет пролететь без лобовых столкновений примерно через  $10^4 \div 10^5$  атомов.

Можно составить уравнение, из которого легко получить более точный ответ:

$$2W_{Au} \frac{\Delta W_{Au}}{D} = - \frac{E^2D^5M_{Au}}{2Nm_e} \Rightarrow (W_{Au})^2 = \frac{L_{эл}}{D} \times \frac{E^2D^6M_{Au}}{2Nm_e}$$

$$\frac{L_{эл}}{D} = \frac{2Nm_e(W_{Au})^2}{E^2D^6M_{Au}} = (2 \div 4) \times 10^4$$

Здесь  $L_{эл}$  – длина пробега, которая ограничивается потерями энергии, связанными с возмущением электронов в золоте. Как видно, эта величина пропорциональна квадрату начальной кинетической энергии частицы. Полученная оценка для  $L_{эл}$  оказалась в 20 – 40 раз больше, чем длина свободного пробега  $L_{Я}$ . Так что влиянием этого фактора на судьбу испытанных отдачи атомов золота вполне можно пренебречь.

Кстати, существует технология упрочнения поверхности деталей, основанная как раз на внедрении в структуру вещества вблизи его поверхности инородных атомов (имплантация атомов), которые попадают внутрь на значительную глубину именно за счёт того, что они были предварительно разогнаны до большой энергии.