87-я Московская олимпиада школьников по физике
2026 год
11 класс

1. Неупругие удары (7 баллов)

В теории удара столкновение тел характеризуется *коэффициентом восстановления* e. Он равен отношению модулей проекций относительной скорости точек контакта на общую нормаль после и до удара. В данной задаче считается, что e зависит только от материала тел.

Маленькая гладкая шайба массой m, движущаяся со скоростью v, сталкивается с гантелью из двух одинаковых гладких шайб, каждая из которых имеет массу nm. Шайбы соединены жёстким невесомым стержнем. При ударе перпендикулярно стержню (рис. 1) налетающая шайба после столкновения останавливается. При ударе вдоль оси стержня в одну из шайб (рис. 2) налетающая шайба отскакивает в противоположную сторону со скоростью $v/5$.

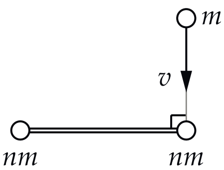

Рис. 1

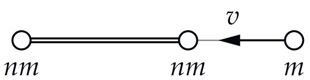

Рис. 2

- Найдите отношение массы шайбы гантели к массе налетающей шайбы n и коэффициент восстановления e.

2. Колебания поршня (12 баллов)

В вертикальном цилиндре под поршнем массой m, способным двигаться вдоль его оси без трения, находится ν молей идеального газа. Давление и температура окружающего воздуха равны P_0 и T_0, площадь сечения цилиндра — S. Молярная теплоёмкость газа при постоянном объёме равна c_V. Теплоёмкостью цилиндра и поршня можно пренебречь. Первоначально система находится в равновесии, температура газа равна T_0. Ускорение свободного падения равно g.

- Считая процессы в газе квазистатическими, определите циклическую частоту малых свободных колебаний поршня в двух случаях: при поддержании постоянной температуры газа (Ω_T) и в условиях полной теплоизоляции цилиндра (Ω_S).
- Пусть теперь цилиндр не изолирован. Мощность теплопередачи вследствие теплообмена между газом под поршнем и окружающим воздухом задаётся выражением:

$$N = \beta(T - T_0),$$

где T — температура газа, β — известный коэффициент. Под действием периодической внешней силы поршень совершает малые вынужденные колебания по закону:

$$y(t) = h\sin(\Omega t),$$

где y — отклонение поршня от положения равновесия, ось OY направлена вверх. Через некоторое время после начала действия силы устанавливаются малые гармонические колебания разности температур $\Delta T = T - T_0$. Определите амплитуду этих колебаний и разность фаз между колебаниями разности температур и вертикальной координаты поршня.

3. Построение (9 баллов)

Тонкая собирающая *идеальная* линза и плоское зеркало (см. рис. 3) расположены параллельно на расстоянии, равном фокусному расстоянию линзы f. *Идеальной* называется тонкая линза, в которой любые лучи, в том числе идущие под большими углами к оптической оси, преломляются как параксиальные (приосевые).

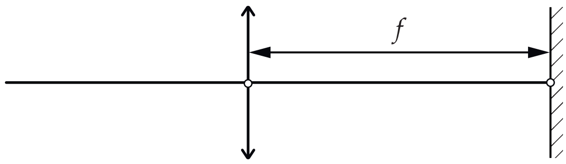

Рис. 3

- Светящаяся точка находится на расстоянии a от линзы ($f \leqslant a \leqslant 2f$) со стороны, противоположной зеркалу. На каком расстоянии от линзы расположено её изображение в этой системе?
- На рис. 4 показано изображение предмета в виде окружности (плоскость окружности перпендикулярна плоскости зеркала), полученное в этой оптической системе. Известно, что изображение совпадает с предметом; точки L и M, отмеченные на рис. 4, принадлежат линзе и зеркалу соответственно.

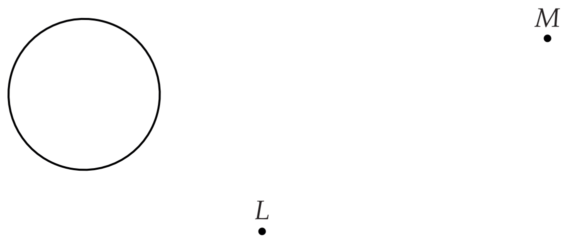

Рис. 4

С помощью циркуля и линейки на дополнительном листе с увеличенным рис. 4 постройте оптический центр и фокусы линзы. Приведите обоснование вашего построения (описывать алгоритм стандартных геометрических построений не требуется). Дополнительный лист с выполненным построением **следует сдать** вместе с работой.

4. Polyswitch (12 баллов)

Плавкий предохранитель — это одноразовый защитный элемент. Его современной многоразовой альтернативой является *самовосстанавливающийся предохранитель* (известный также под названием *Polyswitch*).

В основе устройства лежит полимерный материал с проводящими вкраплениями. При достижении критической температуры $T_{пл}$ в материале происходит фазовый переход: проводящие пути разрушаются, и электрическое сопротивление устройства резко возрастает. При остывании материала ниже $T_{пл}$ структура проводящих путей восстанавливается, и сопротивление возвращается к исходному низкому значению.

Продолжение задания см. на листе 2

Поведение некоторого самовосстанавливающегося предохранителя предлагается описывать с помощью следующей упрощённой модели. При температуре ниже критической температуры $T_{пл} = 120\,^\circ\mathrm{C}$ его сопротивление постоянно и равно $R_1 = 1$ Ом. При $T_{пл}$ оно скачкообразно увеличивается до $R_2 = 10$ кОм и при дальнейшем нагреве не меняется. В самой точке фазового перехода (при $T = T_{пл}$) сопротивление может принимать любые промежуточные значения в диапазоне от 1 Ом до 10 кОм.

Считайте, что мощность теплоотдачи от предохранителя в окружающую среду описывается соотношением

$$P = \alpha(T - T_0),$$

где $\alpha = 10$ мВт/°C — коэффициент теплоотдачи, $T_0 = 20\,^\circ\mathrm{C}$ — температура окружающей среды, T — температура предохранителя.

- Изобразите статическую вольт-амперную характеристику (ВАХ) предохранителя, считая, что в любой точке ВАХ он находится в установившемся тепловом режиме.
- Пусть предохранитель подключён к идеальному источнику с ЭДС $\mathscr{E} = 10$ В последовательно с реостатом, сопротивление которого может меняться от 0 до 50 Ом, и катушкой индуктивности L. Считайте, что индуктивность катушки достаточно велика, так что тепловой баланс в предохранителе устанавливается гораздо быстрее, чем меняется ток. Это позволяет описывать состояние предохранителя его статической ВАХ в любой момент времени
Сколько рабочих точек теоретически может реализоваться в цепи при различных значениях сопротивления реостата? Какие из этих точек являются устойчивыми относительно флуктуаций тока в цепи?
Рабочая точка считается *устойчивой* по току, если при малом отклонении тока от значения в рабочей точке возникающая в катушке ЭДС самоиндукции стремится вернуть цепь в исходное состояние.
- Теперь рассмотрим реальную цепь. Предохранитель подключили через ключ последовательно с резистором R к двум соединённым последовательно батарейкам 3R12 (ЭДС каждой $\mathscr{E} = 4{,}5$ В, внутреннее сопротивление $r = 1$ Ом). Какой ток установится в цепи после замыкания ключа, если $R = 7$ Ом?
Опишите качественно процессы, происходящие в цепи после замыкания ключа, если сопротивление резистора равно $R = 2$ Ом. Учтите, что в этом случае ток может изменяться настолько быстро, что температура предохранителя не будет успевать подстраиваться под текущее значение мощности.

5. Падающий в трубе магнит (10 баллов)

При решении этой задачи могут оказаться полезными (а могут и не оказаться) некоторые или все из приведённых ниже формул.

Уравнения для осесимметричного магнитного поля в вакууме в цилиндрической системе координат:

$$\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial(rB_r)}{\partial r} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \qquad \frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} = 0$$

Связь радиальной компоненты B_r осесимметричного поля с магнитным потоком $\Phi(z)$ через диск радиуса R, центр которого лежит на оси OZ в точке с координатой z, а плоскость перпендикулярна этой оси:

$$B_r(R,z) = -\frac{1}{2\pi R}\cdot\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}z}.$$

Осевая и радиальная составляющие поля магнитного диполя с моментом m (момент направлен вдоль оси OZ):

$$B_z(z,r) = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{m\,(2z^2 - r^2)}{(z^2+r^2)^{5/2}}, \quad B_r(z,r) = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{3mzr}{(z^2+r^2)^{5/2}}.$$

Поле в центре основания постоянного магнита цилиндрической формы (радиус основания a, высота h, магнитный момент m):

$$B_0 = \frac{\mu_0 m}{2\pi a^2\sqrt{a^2+h^2}}.$$

Значения некоторых несобственных интегралов:

$$\int_0^\infty \frac{x^2\,\mathrm{d}x}{\left(x^2+a^2\right)^4} = \frac{\pi}{32a^5}, \qquad \int_0^\infty \frac{x^2\,\mathrm{d}x}{\left(x^2+a^2\right)^5} = \frac{5\pi}{256a^7}$$

- Рассмотрим тонкое кольцо радиуса R, изготовленное из проволоки сечением S ($S \ll R^2$). Проводимость материала кольца (величина, обратная удельному сопротивлению) $\sigma = \frac{1}{\rho}$ известна. Кольцо движется с постоянной скоростью v вдоль оси OZ, которая совпадает с осью симметрии магнитного поля и самого кольца. Считая известными функции $B_z(z,r)$ и $B_r(z,r)$, задающие осевую и радиальную компоненты магнитной индукции, найдите силу, действующую на кольцо в точке с координатой z.
- В начале координат закреплён небольшой магнит с моментом m, направленным вдоль оси OZ. Вдоль этой же оси движется очень длинная тонкостенная труба радиуса R с толщиной стенки d ($d \ll R$). Ось трубы совпадает с осью OZ, а её скорость v постоянна. Материал трубы имеет проводимость σ. Определите силу взаимодействия трубы и магнита.
- В вертикальной медной трубе ($R = 1$ см, $d = 1$ мм) падает соосный трубе цилиндрический неодимовый магнит (радиус основания $a = 0{,}5$ см, высота $h = 2a$). Спустя некоторое время после начала падения скорость магнита становится постоянной. Определите эту установившуюся скорость, считая что поле вне магнита совпадает с полем точечного диполя, расположенного в его центре и обладающего тем же магнитным моментом. Сопротивлением воздуха можно пренебречь.
Плотность материала магнита $\rho_м = 7{,}4$ г/см^3, проводимость меди $\sigma = 5{,}8\cdot10^7$ (Ом · м)$^{-1}$. Магнит создаёт поле $B_0 = 1$ Тл в центре своего основания. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.