

Программа занятий по математике очных курсов СУНЦ МГУ (7–11 класс)

Приведённая программа представляет собой не почасовое планирование, а ориентировочный список тем, обозреваемых в течение года. Порядок изучения и количество занятий по каждой из тем определяется старшим преподавателем по параллели.

Ученики 10 и 11 классов занимаются в одной группе. Курс построен таким образом, что начинать посещать занятия можно с любого класса. При возвращении к теме, пройденной в более младших классах, происходит не только повторение материала, но и расширение знаний по этой теме. Программа нацелена на развитие математических способностей и подготовку к олимпиадам различного уровня.

В начале года в параллелях 7 и 8 классов проводится тестирование для распределения школьников по группам в соответствии с уровнем подготовки. В течение года предусмотрено несколько занятий типа «разной», нацеленных на повторение и закрепление материала в условиях, приближенных к олимпиаде. В конце каждого семестра проводится тестирование по материалам семестра.

Занятие состоит из общего обсуждения теоретического материала и примеров решения задач, самостоятельного решения задач с индивидуальным обсуждением решений с преподавателем, самостоятельного письменного решения домашнего задания с последующим обсуждением решений задач в классе. К занятиям подготавливается «листок», содержащий теоретические материалы (при необходимости) и условия задач для обсуждения, устного и письменного решения. Длительность занятия – 3 академических часа с 15-минутным перерывом (2 часа 30 минут).

7 класс

1. Идея решения задач «с конца».
2. Инвариант как препятствие в процессе.
3. Принцип крайнего. Поиск «узких мест» при решении задач.
4. Задачи типа «оценка + пример». Поиск наибольшей и наименьшей величины.
Моделирование примеров и доказательство оптимальности.
5. Комбинаторика. Перестановки. Число сочетаний, треугольник Паскаля, бином Ньютона.
6. Графы. Пути в графах. Деревья и циклы. Двудольные графы.
7. Треугольник. Сумма углов треугольника, неравенство треугольника. Три признака равенства треугольников. Медиана, биссектриса и высота. Равнобедренные и равносторонние треугольники.
8. Стандартные дополнительные построения в геометрии.
9. Алгебраические преобразования. Формулы сокращённого умножения.
10. Простые и составные числа. Бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики. Подсчет количества делителей. Признаки делимости.
11. Деление с остатком. Арифметика остатков. Заикливание остатков.
12. Запись числа в десятичной системе счисления.

8 класс

1. Принцип математической индукции.
2. Полуинвариант как препятствие в процессе.
3. Принцип Дирихле. Метод доказательства «от противного».
4. Задачи типа «оценка + пример». Поиск наибольшей и наименьшей величины. Моделирование примеров и доказательство оптимальности.
5. Вспомогательная раскраска. Основные виды раскрасок доски. Применение раскрасок для доказательства невозможности разрезания.
6. Комбинаторика. Сложение, умножение и деление в комбинаторике. Перестановки и сочетания с повторениями и без.
7. Графы. Лемма о «рукопожатиях». Связность, компоненты связности. Пути в графах. Деревья и циклы. Двудольные графы, критерий двудольности.
8. Прямоугольный треугольник. Теорема Пифагора. Высота и медиана в прямоугольном треугольнике.
9. Параллельные прямые. Параллелограмм и трапеция.
10. Подобные треугольники. Теорема Фалеса.
11. Средняя линия треугольника и четырёхугольника.
12. Средние: арифметическое, геометрическое, гармоническое и квадратическое. Неравенство о средних для двух чисел. Доказательство неравенств.
13. Целые числа. НОД и НОК. Алгоритм Евклида.
14. Деление с остатком. Арифметика остатков. Сравнения по модулю.

9 класс

1. Принцип математической индукции.
2. Признаки делимости. Деление с остатком. Сравнения по модулю. Малая теорема Ферма.
3. Иррациональные числа.
4. Квадратный трёхчлен. Теорема Виета. Выражение симметрических функций от корней через коэффициенты многочлена.
5. Многочлены. Арифметика многочленов. Деление с остатком. Теорема Безу и следствия из неё. Теорема о рациональных корнях многочлена. Разложение многочлена на множители. Метод неопределённых коэффициентов.
6. Модуль числа. Уравнения и неравенства с модулем.
7. Арифметическая и геометрическая прогрессия. Рекуррентное задание и формула общего члена. Характеристическое свойство прогрессий. Суммирование прогрессий.
8. Начала теории вероятностей. Задачи на бросание монеты и кубика. Круги Эйлера и дерево вероятностей.
9. Подобные треугольники. Признаки подобия треугольников. Теорема Фалеса.
10. Медиана. Свойства медиан. Медиана в прямоугольном треугольнике. Удвоение медианы.
11. Углы, связанные с окружностью. Угол между касательной и хордой. Критерий касания прямой и окружности.
12. Хорда, касательная и секущая. Теоремы об отрезках хорд, касательных и секущих.
13. Вписанные четырёхугольники. Критерии вписанности четырёхугольника.

10–11 класс

1. Целая и дробная часть.
2. Уравнения в целых числах.
3. Функциональные уравнения.
4. Доказательство неравенств. Неравенства о средних. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца. Метод Штурма.
5. Применение свойств функций для решения уравнений и неравенств: монотонность, ограниченность, симметричность.
6. Квадратный трёхчлен. Дискриминант и теорема Виета. Расположение корней квадратного трёхчлена.
7. Многочлены. Разложение многочленов на множители. Симметрические многочлены и теорема Виета для многочлена произвольной степени.
8. Текстовые задачи на движение.
9. Теоремы Чевы и Менелая.
10. Леммы об отношении площадей треугольников с общим углом или общей стороной.
11. Свойства высот и ортоцентра треугольника.
12. Метод координат на плоскости.
13. Задачи на поиск ГМТ (геометрического места точек).
14. Вписанные и невписанные окружности. Точки Жергонна и Нагеля.