

**Экзамен**  
**для поступающих в 10 класс физико-математического отделения (на 120 мин)**

**Математика. Вариант 10-ФМ-1**

1. Из пункта  $A$  в пункт  $B$  вышел пешеход. Через 2 ч пути пешехода догнал автомобиль, и оставшуюся часть пути до пункта  $B$  пешеход проехал на автомобиле за 6 мин. Если бы автомобиль догнал пешехода на 1 ч раньше, то пешеход добрался бы до пункта  $B$  на 56 мин раньше. Сколько времени потребовалось бы пешеходу, чтобы пройти весь путь из пункта  $A$  в пункт  $B$  пешком? Скорости пешехода и автомобиля постоянны.
2. Найдите сторону  $AD$  четырёхугольника  $ABCD$ , если  $AB = 5$ ,  $BC = 11$ ,  $CD = 10$  и прямые  $AC$  и  $BD$  перпендикулярны. Может ли диагональ  $AC$  этого четырёхугольника быть равна 1? А может ли она быть равна 14?
3. Какое наибольшее значение может принимать выражение  
$$7\cos^2 \alpha + |7\sin^2 \alpha - 3|$$
при  $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ ?
4. Найдите количество всех 6-значных натуральных чисел, каждое из которых делится на 9 и в своей десятичной записи содержит как запись 123, так и запись 31 (возможно, пересекающиеся).
5. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых две кривые, заданные на координатной плоскости уравнениями  $y = x^2 + 2x + a$  и  $x = y^2 + 2y + a$  соответственно, имеют ровно одну общую точку.

**Экзамен**  
**для поступающих в 10 класс химико-биологического отделения (на 120 мин)**

**Математика. Вариант 10-ХБ-1**

1. В канистру, содержащую 10%-й раствор соли, добавили 10 л 40%-го раствора той же соли. Половину полученного раствора отлили в баллон и, добавив в него ещё 2 л воды, получили в баллоне 20%-й раствор соли. Сколько литров раствора было в канистре в самом начале?
2. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с катетами  $AC = 5$  и  $BC = 12$  проведены медиана  $AM$  и биссектриса  $AL$ . Найдите площадь треугольника  $ALM$ .
3. В коробке, вмещающей не более 250 шариков, лежат шарики трёх цветов: жёлтые, синие и красные. Жёлтые шарики составляют ровно  $15/28$  от общего их числа, а синие — ровно  $4/35$ . Сколько процентов от общего числа составляют красные шарики и каким может быть их количество?
4. Найдите множество всех значений функции  
$$y = |x + 3| + |x + 1| + |x - 4| - 3|x|.$$

Найдите сумму всех натуральных чисел, у каждого из которых десятичная запись имеет сумму цифр, равную 6, и не содержит цифр, отличных от 1 и 3.

**Экзамен**  
**для поступающих в 11 класс физико-математического отделения (на 120 мин)**

**Математика. Вариант 11-ФМ-1**

1. В коробке, вмещающей не более 250 шариков, лежат шарики четырёх цветов: жёлтые, синие, зелёные и красные. Жёлтые шарики составляют ровно  $15/28$  от общего их числа, синие — ровно  $4/35$ , а зелёные — ровно 20%. Сколько процентов от общего числа составляют красные шарики и каким может быть их количество?
2. Решите уравнение

$$\sqrt{x^2 + x - 42 - 2x\sqrt{x - 42}} = 2022.$$

3. Найдите сумму всех натуральных чисел, у каждого из которых десятичная запись имеет сумму цифр, равную 6, и не содержит цифр, отличных от 1, 2 и 3.
4. Три из четырёх вершин квадрата  $KLMN$  лежат на сторонах прямоугольного треугольника  $ABC$ , а именно: точка  $K$  — на катете  $AC = 5$ , точка  $L$  — на катете  $BC = 10$ , а точка  $M$  — на гипотенузе  $AB$ , причём она находится на расстоянии 3 от катета  $BC$ . Найдите сторону квадрата  $KLMN$  и площадь треугольника  $NLB$ .
5. Сумма первого, второго и третьего членов возрастающей геометрической прогрессии равна 14, причём они, соответственно, больше первого, второго и третьего членов арифметической прогрессии на 5, 6 и 9 соответственно. Найдите первый член арифметической прогрессии.