

Математика

Профильный поток

Цели и задачи

Изучение математики на профильном уровне в СУНЦ МГУ направлено на достижение следующих **целей**:

- **формирование** представлений об идеях и методах математики; о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования реальных явлений и процессов;
- **овладение** математическим языком в устной и письменной форме, математическими знаниями и умениями, необходимыми для изучения школьных естественно-научных дисциплин и продолжения образования;
- **развитие** логического мышления, пространственного воображения, творческих способностей на уровне, необходимом для продолжения образования;
- **воспитание** средствами математики культуры личности: знакомство с историей развития математики, эволюции математических идей, понимание значимости математики для общественного прогресса.

Особенности учебной программы

Программы курсов математического анализа, алгебры и геометрии в СУНЦ МГУ в их базовой части едины для одногодичного и двухгодичного физико-математического потока. Различия между программами для этих потоков, обусловленные двукратной разницей в числе учебных часов, проявляются, во-первых, в том, что темы, относящиеся к 10 классу, изучаются в одногодичном потоке в порядке повторения, и, во-вторых, в объеме и содержании изучаемых дополнительных тем.

Содержание программы учебного курса

Реализация указанных целей достигается в результате освоения следующего содержания образования.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Степенная, показательная и логарифмическая функция

Линейная, квадратичная функции, степенная функция с натуральным и целым показателем. Свойства. График.

Корень степени $n > 1$, его свойства. Степень с рациональным показателем, ее свойства. Понятие о степени с действительным показателем.

Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, суммы. Переход к другому основанию. Показательная и логарифмическая функция. Свойства, область определения, область значений, графики.

Функции и множества

Множества. Операции над множествами. Понятие мощности. Функции: область определения и множество значений, монотонность, (не)четность, периодичность, ограниченность. Способы задания функций. Промежутки возрастания и убывания. Наибольшее и наименьшее значение. Локальные экстремумы (без производной). Сложная и обратная функции. Примеры функциональных зависимостей.

Построение графиков функций, заданных разными способами. Преобразования графиков. Графики элементарных функций (степенных, показательных, логарифмических, тригонометрических, дробно-линейных). График обратной функции. Выпуклые функции, геометрические свойства графика.

Математический анализ

Множество действительных чисел. Рациональные и иррациональные числа, Предел последовательности. Теорема Вейерштрасса. Длина окружности, площадь круга и объем конуса как предел. Предельный переход в неравенствах. Бесконечная геометрическая прогрессия.

Предел функции. Основные теоремы о пределах функций. Первый и второй замечательный предел. Асимптоты. Непрерывные функции, основные свойства.

Производная, физический и геометрический смысл. Правила нахождения (произведение, частное, композиция, обратная), производные элементарных функций. Уравнение касательной. Нахождение скорости и ускорения в процессах, заданных формулами. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Применение производной при нахождении экстремумов функций и исследовании на возрастание, убывание и выпуклость.

Использование свойств и графиков функций

Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств от двух переменных. Решение уравнений и неравенств с параметрами с использованием графических методов.

Интеграл

Площадь криволинейной трапеции. Понятие определенного интеграла. Первообразная. Первообразные элементарных функций. Правила интегрирования. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление длины кривой. Нахождение площадей, объемов, работы, положения центра масс.

АЛГЕБРА

Арифметика и элементарная алгебра

Натуральные, целые и рациональные числа. Делимость целых чисел. Признаки делимости. Деление с остатком. Сравнения. Простые и составные числа. Бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Алгоритм Евклида. Линейные диофантовы уравнения.

Принцип математической индукции. Неравенство Бернулли. Арифметическая и геометрическая прогрессии, формулы общего члена и суммы. Последовательность Фибоначчи.

Многочлены от одной переменной. Делимость многочленов, деление многочленов с остатком. Схема Горнера. Корни многочлена. Теорема Безу. Теорема Виета. Число корней многочлена. Разложение многочленов на множители, метод неопределенных коэффициентов.

Многочлены от нескольких переменных. Формулы сокращенного умножения для старших степеней. Бином Ньютона. Симметрические многочлены.

Тригонометрия

Радианная мера угла. Тригонометрический круг. Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Основное тригонометрическое тождество. Формулы приведения, периодичность. Формулы сложения. Формулы суммы, разности, двойного угла, половинного угла, понижения степени. Преобразование суммы в произведение и произведения в сумму. Универсальная замена (тангенс половинного угла). Метод вспомогательного аргумента.

Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики. Общий вид решения простейших тригонометрических уравнений.

Уравнения, неравенства, системы

Линейные, квадратные, рациональные уравнения и неравенства. Уравнения, сводящиеся к квадратным. Частные методы решения уравнений высоких степеней: использование замены и разложения на множители, возвратные уравнения, метод неопределенных коэффициентов отыскание рациональных корней многочленов с целыми коэффициентами.

Уравнения и неравенства с модулем. Иррациональные уравнения и неравенства. Метод следствий. Метод равносильных преобразований.

Показательные и логарифмические уравнения и неравенства. Уравнения и неравенства с тригонометрическими и обратными тригонометрическими функциями.

Методы решения систем уравнений. Равносильные преобразования систем. Использование симметрии при решении систем рациональных уравнений, сведение к симметрическим многочленам. Системы неравенств с одной переменной.

Решение уравнений, неравенств и систем с параметрами.

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости

множеств решений уравнений, неравенств, систем с двумя переменными. Графические методы решения задач с параметрами.

Доказательство неравенств. Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим двух чисел. Неравенство для суммы двух взаимно обратных чисел.

Текстовые задачи на движение, работу, проценты и смеси. Составление уравнений и систем уравнений. Текстовые задачи с целыми числами.

Комбинаторика

Выборки элементов конечного множества. Правило произведения. Перестановки, сочетания, размещения. Биномиальные коэффициенты, треугольник Паскаля.

Элементы теории вероятностей

Дискретное пространство элементарных событий. Операции над событиями. Вероятность в дискретном пространстве элементарных событий. Формула классической вероятности. Теорема сложения вероятностей. Понятие частоты. Закон больших чисел в форме Бернулли.

Комплексные числа

Алгебраическая и геометрическая интерпретации комплексных чисел. Действительная и мнимая часть комплексного числа, его модуль и аргумент, комплексное сопряжение. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи. Формула Муавра. Решение уравнений в комплексных числах. Основная теорема алгебры.

Дополнительные темы¹:

Кольцо вычетов, его обратимые элементы. Теорема Вильсона, малая теорема Ферма. Функция Эйлера и теорема Эйлера. Китайская теорема об остатках. Мультипликативная группа поля вычетов. Геометрическая теория чисел (теорема Минковского и ее следствия).

Перестановки: определение, произведение перестановок, транспозиции, четность перестановки. Группы: определение, примеры. Изоморфизм групп.

Решение уравнений 3-й и 4-й степени в радикалах, формулы Кардано и Феррари. Неприводимый случай уравнения третьей степени.

Тригонометрическая подстановка в кубических уравнениях. Основная теорема о симметрических многочленах.

Разрешимость задач на построение циркулем и линейкой, Квадратичные иррациональности. Разрешимость кубических уравнений с рациональными коэффициентами в квадратичных иррациональностях. Многочлен деления круга и построение правильных многоугольников циркулем и линейкой.

Перестановки и сочетания с повторениями. Полиномиальная теорема. Формула включений и исключений.

¹ Дополнительные темы рассматриваются на лекциях и семинарах при наличии времени по выбору учителя

Разложение многочленов на неприводимые над полями действительных и комплексных чисел. Корни из комплексных чисел. Комплексная экспонента, формула Эйлера. Линейные и дробно-линейные преобразования комплексной плоскости, круговое свойство.

ГЕОМЕТРИЯ

Геометрия на плоскости

Решение треугольников. Теорема Пифагора. Вычисление биссектрис, медиан, высот, радиусов вписанной и описанной окружностей треугольника. Формулы для площади треугольника.

Методы решения аффинных задач: использование теоремы Фалеса, метод площадей, использование гомотетии. Теоремы Чевы и Менелая. Барцентрические координаты.

Теорема об отрезках касательных, проведенных к окружности из одной точки, и ее применения к задачам на вписанную окружность. Теорема о вписанном угле и ее следствия. Свойства и признаки вписанных и описанных четырехугольников. Вписанные и описанные многоугольники.

Подобные треугольники, связанные с окружностью. Теоремы о произведении отрезков хорд, о касательной и секущей.

Геометрические места точек. Применение метода координат. Уравнение окружности, окружность Аполлония. Эллипс, гипербола и парабола как геометрические места точек.

Методы решения задач на построение циркулем и линейкой. Неразрешимость трех классических задач на построение: удвоения куба, трисекции угла, квадратуры круга.

Движения и преобразования подобия.

Аксиомы стереометрии. Прямые и плоскости в пространстве

Основные понятия стереометрии, Аксиомы соединения. Представление об аксиоматическом способе построения геометрии. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Теоремы о параллельности прямых и плоскостей.

Изображение пространственных фигур. Параллельная проекция. Центральная проекция. Построение сечений многогранников и другие построения на изображениях.

Углы и расстояния в стереометрии

Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямой и плоскости. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями. Перпендикулярность плоскостей. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.

Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями, параллельными прямой и плоскостью. Расстояние между скрещивающимися прямыми.

Ортогональная проекция. Формула площади ортогональной проекции фигуры. Применение ортогональной проекции к нахождению расстояний и углов. Многогранный угол. Трёхгранный угол, соотношения между его элементами.

Многогранники

Вершины, ребра, грани многогранника. Развертка. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера.

Призма, ее элементы. Виды призм. Параллелепипед, куб.

Пирамида, ее элементы. Виды пирамид. Усеченная пирамида.

Правильные многогранники, их классификация.

Понятие о симметрии в пространстве. Центральная, осевая, зеркальная симметрии. Элементы симметрии куба, параллелепипеда, призмы, пирамиды.

Преобразования пространства.

Задачи на комбинации многогранников.

Тела и поверхности вращения

Цилиндрические и конические поверхности. Цилиндр, конус, усеченный конус, их элементы. Сечения цилиндра и конуса: осевые сечения, сечения, параллельные основанию; эллипс, гипербола и парабола как сечения конической поверхности.

Шар и сфера, их сечения. Касательная плоскость к сфере. Сфера, вписанная в многогранник и сфера, описанная около многогранника.

Задачи на комбинации тел вращения, тел вращения и многогранников.

Объемы тел и площади их поверхностей

Понятие об объеме тела. Формулы объемов куба, параллелепипеда, призмы, цилиндра; пирамиды и конуса, усеченной пирамиды и усеченного конуса. Формула объема шара. Площади поверхности цилиндра, конуса; площадь сферы и ее частей.

Координаты и векторы

Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы и плоскости. Формула расстояния от точки до плоскости.

Векторы. Длина вектора. Коллинеарность и компланарность векторов. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Координаты вектора. Теоремы о разложении вектора на плоскости и в пространстве. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов. Применение векторов к нахождению углов и расстояний в пространстве.

Дополнительные темы²

Понятия и факты из геометрии треугольника: невписанные окружности, прямая и окружность Эйлера, прямая Симсона, теорема Стюарта, формула Эйлера для расстояния между центрами вписанной и описанной окружностей треугольника, теорема Наполеона, теорема Фейербаха, теорема Морлея.

Применение центра масс в геометрии.

² Дополнительные темы рассматриваются на лекциях и семинарах при наличии времени по выбору учителя

Понятие об аффинных и проективных свойствах. Теорема о прямой Гаусса. Степень точки относительно окружности, радикальная ось двух окружностей, радикальный центр трех окружностей. Теорема Птолемея. Равносоставленность многоугольников, теорема Бойяи-Гервина; многоугольники на решетках, формула Пика.

Теорема Шаля о движениях; композиция движений; гомотетия, виды преобразований подобия. Группы преобразований, группы бордюров и орнаментов. Преобразования подобия как комплексные числа. Инверсия, приложение к теории построений одним циркулем.

Конечные модели для аксиом соединения, элементы абстрактной аффинной геометрии.

Метод проекции в задачах на сечение многогранников.

Связь между многогранными углами и сферическими многоугольниками. Неравенства для плоских и двугранных углов трёхгранного и многогранных углов. Теоремы косинусов и синусов для трёхгранного угла. Полярный угол трёхгранного угла. Площадь сферического многоугольника.

Геометрия тетраэдра: замечательные точки и линии в тетраэдре; виды тетраэдров (ортоцентрический, ортогональный, равногранный, каркасный), их свойства и признаки; сферы, связанные с тетраэдром.

Симметрия правильных многогранников, группа симметрий фигуры. Геометрические преобразования пространства: виды, нахождение композиций.

Определение площади и объема по Жордану. Квадрируемость и кубируемость простейших фигур. Принцип Кавальери. Объем клина; формула Симпсона для объема. Объем тела вращения, теоремы Гюльдена-Паппа. Определение площади поверхности по Минковскому.

Векторное и смешанное произведение векторов, их применение.

Элементы проективной геометрии: теоремы Дезарга, Паппа; метод отправки в бесконечность; построения одной линейкой; двойное отношение. Проективная двойственность. Теоремы Паскаля и Брианшона.

Элементы геометрии Лобачевского, модели Клейна и Пуанкаре.

Учащиеся 2-годичного потока за время обучения выполняют несколько **практикумов по математике**, в том числе компьютерных, с использованием программ динамической геометрии. Среди них практикумы:

- по преобразованиям плоскости (нахождение композиций преобразований, рисование орнаментов);
- по построению на изображении, в том числе на трехмерных моделях геометрических тел (построение сечений, построение моделей многогранников по их описанию);
- «Инверсия» (построение образа картинки при инверсии);
- «День и ночь» (вычисление продолжительности светового дня в заданной точке как функции от даты).

Требования к уровню подготовки выпускников

В результате изучения математики на профильном уровне ученик должен

знать/понимать:

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики для формирования и развития математической науки;
- возможности математического языка как средства описания свойств реальных предметов;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности;
- роль аксиоматики в математике; возможность построения математических теорий на аксиоматической основе; значение аксиоматики для других областей знания и для практики;
- вероятностный характер различных процессов и закономерностей окружающего мира;

уметь:

в области математического анализа

- проводить исследование функций и рисовать их графики как с использованием, так и без использования производной;
- применять графики при решении уравнений, неравенств, систем;
- находить пределы последовательностей и элементарных функций;
- находить производные элементарных функций и их композиций. Использовать производные для решения уравнений, неравенств, текстовых, физических и геометрических задач, нахождения наибольших и наименьших значений;
- интегрировать функции, использовать определенный интеграл в геометрии и физике.

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для

- описания и исследования с помощью функций реальных зависимостей, представления их графически; интерпретации графиков реальных процессов;
- решения геометрических, физических, экономических и других прикладных задач, в том числе задач на наибольшие и наименьшие значения с применением аппарата математического анализа.

В области алгебры

- производить преобразования числовых и буквенных выражений: целых рациональных, дробно-рациональных, иррациональных, с экспонентами и логарифмами, тригонометрических;

- применять понятия, связанные с делимостью, при решении задач;
- раскладывать на множители, делить многочлены с остатком, раскладывать многочлены на множители, находить рациональные корни многочленов;
- представлять симметрические многочлены через элементарные симметрические;
- доказывать утверждения с помощью метода математической индукции; решать задачи на прогрессии;
- доказывать неравенства;
- решать линейные, квадратные, рациональные и иррациональные уравнения и неравенства, уравнения и неравенства с модулем; показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства. Решать системы уравнений и неравенств;
- решать уравнения и неравенства с параметрами;
- решать текстовые задачи;
- выполнять арифметические действия с комплексными числами, находить модуль и аргумент комплексных чисел, переводить их из тригонометрической формы в алгебраическую и наоборот. Находить комплексные корни квадратных уравнений.

В области комбинаторики и теории вероятностей

- решать комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул, треугольника Паскаля; вычислять коэффициенты бинома Ньютона по формуле и с использованием треугольника Паскаля;
- решать стандартные задачи по теории вероятностей. Вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов (простейшие случаи).

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для

- практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;
- построения и исследования простейших математических моделей;
- анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; для анализа информации статистического характера.

Уметь: в геометрии

- изображать плоские и пространственные геометрические фигуры, выполнять чертеж по условию теоремы (задачи);

- доказывать основные теоремы курса, проводить рассуждения при решении задач;
- строить сечения многогранников и изображать сечения тел вращения;
- находить объёмы и площади поверхности многогранников и тел вращения;
- применять изученные свойства планиметрических и стереометрических фигур, алгебраический и тригонометрический аппарат, координаты и векторы, геометрические преобразования к решению геометрических задач.

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для

- исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;
- вычисления длин, площадей и объемов реальных объектов при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

Математика

Общеобразовательный поток

Цели и задачи

Изучение математики в старшей школе направлено на достижение следующих **целей**:

- **формирование** представлений о идеях и методах математики; о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования реальных явлений и процессов;
- **овладение** математическим языком в устной и письменной форме, математическими знаниями и умениями, необходимыми для изучения школьных естественно-научных дисциплин и продолжения образования;
- **развитие** логического мышления, пространственного воображения, творческих способностей на уровне, необходимом для продолжения образования;
- **воспитание** средствами математики культуры личности: знакомство с историей развития математики, эволюции математических идей, понимание значимости математики для общественного прогресса.

Особенности учебной программы

Программа курса геометрии СУНЦ МГУ едина для профильного физико-математического и для химико-биологического потоков. Программа по алгебре и математическому анализу для химико-биологического отделения та

же, за исключением комплексных чисел и теории вероятностей. Учет специфики обучения на химико-биологическом отделении и одногодичном потоке физико-математического отделения проводится по аналогии с подходом, применяемым на вступительных экзаменах по математике в МГУ: программа для поступающих на все факультеты одна и та же, а требуемая глубина ответов на пункты программы варьируется.

Содержание программы учебного курса

Реализация указанных целей достигается в результате освоения следующего содержания образования

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Степенная, показательная и логарифмическая функция

Линейная, квадратичная функции, степенная функция с натуральным и целым показателем. Свойства. График.

Корень степени $n > 1$, его свойства. Степень с рациональным показателем, ее свойства. Понятие о степени с действительным показателем.

Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, суммы. Переход к другому основанию.

Показательная и логарифмическая функция. Свойства, область определения, область значений, графики.

Функции и множества

Множества. Операции над множествами. Понятие мощности. Функции: область определения и множество значений, монотонность, (не)четность, периодичность, ограниченность. Способы задания функций. Промежутки возрастания и убывания. Наибольшее и наименьшее значение. Локальные экстремумы (без производной). Сложная и обратная функции. Примеры функциональных зависимостей.

Построение графиков функций, заданных разными способами. Преобразования графиков. Графики элементарных функций (степенных, показательных, логарифмических, тригонометрических, дробно-линейных). График обратной функции. Выпуклые функции, геометрические свойства графика.

Математический анализ

Множество действительных чисел. Рациональные и иррациональные числа, Предел последовательности. Теорема Вейерштрасса. Длина окружности, площадь круга и объем конуса как предел. Предельный переход в неравенствах. Бесконечная геометрическая прогрессия.

Предел функции. Основные теоремы о пределах функций. Первый и второй замечательный предел. Асимптоты. Непрерывные функции, основные свойства.

Производная, физический и геометрический смысл. Правила нахождения (произведение, частное, композиция, обратная), производные элементарных

функций. Уравнение касательной. Нахождение скорости и ускорения в процессах, заданных формулами. Применение производной при нахождении экстремумов функций и исследовании на возрастание, убывание и выпуклость.

Использование свойств и графиков функций

Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств от двух переменных. Решение уравнений и неравенств с параметрами с использованием графических методов.

Интеграл

Площадь криволинейной трапеции. Понятие определенного интеграла. Первообразная. Первообразные элементарных функций. Правила интегрирования. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление длины кривой. Нахождение площадей, объемов, работы, положения центра масс.

АЛГЕБРА

Арифметика и элементарная алгебра

Натуральные, целые и рациональные числа. Десятичная запись, целая и дробная часть числа. Проценты. Делимость целых чисел. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10. Простые и составные числа. Бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики. Деление с остатком. НОД и НОК. Алгоритм Евклида. Сравнения по модулю. Простейшие диофантовы уравнения.

Принцип математической индукции. Неравенство Бернулли. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы общего члена, суммы.

Формулы сокращенного умножения. Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим двух чисел. Неравенство для суммы двух взаимно обратных чисел.

Квадратичная функция, квадратное уравнение, теорема Виета. Многочлены от одной переменной. Делимость многочленов. Деление многочленов с остатком. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. Схема Горнера. Теорема Безу. Число корней многочлена.

Многочлены от двух переменных. Формулы сокращенного умножения суммы и разности старших степеней. Бином Ньютона.

Тригонометрия

Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Тригонометрический круг. Радианная мера. Основное тригонометрическое тождество. Формулы приведения. Формулы суммы, разности, двойного угла, половинного угла, понижения степени. Преобразование суммы в произведение и произведения в сумму. Универсальная замена (тангенс половинного угла). Графики тригонометрических функций.

Обратные тригонометрические функции, свойства, графики. Общий вид решения простейших тригонометрических уравнений. Метод вспомогательного аргумента.

Уравнения, неравенства, системы

Линейные, квадратичные, рациональные и иррациональные уравнения и неравенства. Уравнения и неравенства с модулем. Метод следствий. Метод равносильных преобразований. Метод интервалов.

Показательные и логарифмические уравнения и неравенства. Уравнения и неравенства с тригонометрическими (в том числе и обратными) функциями. Решение задач с параметрами с использованием области определения и области значений.

Методы решения систем уравнений. Равносильность систем. Использование симметрии, сведение к симметрическим многочленам. Системы неравенств с одной переменной. Системы с параметрами – использование симметрии множества решений.

Текстовые задачи на движение, работу, проценты и смеси. Составление уравнений и систем уравнений. Текстовые задачи с целыми числами.

Комбинаторика

Выборки элементов конечного множества. Правило произведения. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Бином Ньютона, формулы биномиальных коэффициентов, треугольник Паскаля.

Литература

1. Колмогоров А.Н., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П., Ивлев Б.М., Шварцбурд С.И. Алгебра и начала анализа. 10-11 класс. -М.: Просвещение, 2001.
2. Виленкин Н.Я., Ивашев-Мусатов О.С., Шварцбурд С.И. Алгебра и математический анализ для 10 класса: Учеб. пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики. -М.: Мнемозина, 2004.
3. Виленкин Н.Я., Ивашев-Мусатов О.С., Шварцбурд С.И. Алгебра и математический анализ для 11 класса: Учеб. пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики. -М.: Мнемозина, 2004.
4. Никольский С.М., Потапов М.К. и др. Алгебра и начала математического анализа. Учебник для 10 класса общеобразовательных учреждений. -М.: Просвещение, 2007.
5. Никольский С.М., Потапов М.К. и др. Алгебра и начала математического анализа. Учебник для 11 класса общеобразовательных учреждений. -М.: Просвещение, 2007.
6. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия 7-9: Учеб. для общеобразоват. учреждений. 14-е изд. –М.: Просвещение, 2004.
7. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия 10-11: Учеб. для общеобразоват. учреждений. 13-е изд. –М.: Просвещение, 2004.
8. Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б., Позняк Э.Г., Шестаков С.А., Юдина И.И. Планиметрия. Пособие для углубленного изучения математики. -М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
9. Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко П.И. Задачи по математике. Начала анализа. –М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008.

10. Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко П.И. Задачи по математике. Уравнения и неравенства. –М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.
11. Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко П.И. Задачи по математике. Алгебра. –М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.
12. Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко П.И. Задачи по математике. Последовательности, функции и графики. –М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008.
13. Яглом И.М. Геометрические преобразования. Том 1. М.: Гостехиздат, 1955. (<http://ilib.mirror1.mccme.ru/djvu/yaglom/tom1.htm>)

Дополнительная литература

1. Курант Р., Роббинс Г.. Что такое математика? - 5-е изд., исправленное. - М.: МЦНМО, 2010.
2. Соловьев Ю.П. Задачи по алгебре и теории чисел для математических школ. Части 1-3.
3. Устинов А.В., Алфутова Н.Б. Алгебра и теория чисел. Сборник задач. – М.: МЦНМО, 2002.
4. Виноградов О.П. Что такое закон больших чисел? –М.: СУНЦ МГУ, 2008.
5. Колосов В.А. Теоремы и задачи алгебры, теории чисел и комбинаторики. -М. Гелиос. 2001.
6. Болтянский В.Г., Виленкин Н.Я. Симметрия в алгебре. -М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1967.
7. Коксетер Г., Грейтцер С. Новые встречи с геометрией. -М.: Наука, 1978.
8. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии: В 2 ч.: Учеб. пособие. -5-е изд., испр. и доп. -М.: МЦНМО: ОАО Московские учебники, 2006.
9. Прасолов В.В., Шарыгин И.Ф. Задачи по стереометрии. –М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989.
10. Дубровский В.Н. Прямые и плоскости в пространстве. Лекции и задачи. –М.: Школа им. А.Н. Колмогорова. «Самообразование», 2000.
11. Дубровский В.Н. Расстояния и углы в пространстве. Сборник задач. – М.: Школа им. А.Н. Колмогорова. «Самообразование», 2000.
12. Понарин Я.П. Элементарная геометрия: В 2 т. – Т.1: Планиметрия, преобразования плоскости. –М.: МЦНМО, 2004.
13. Понарин Я.П. Элементарная геометрия: В 2 т. – Т.2: Стереометрия, преобразования пространства. –М.: МЦНМО, 2006.
14. Колмогоров А.Н., Журбенко И.Г., Прохоров А.В. Введение в теорию вероятностей. -М.: Наука, 1982.
15. Никольский С.М. Элементы математического анализа. -М.: Наука, 1981.
16. Понтрягин Л.С. Математический анализ для школьников. -М.: Наука, 1980.

17. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. Издание одиннадцатое, стереотипное. -М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит. 1970.
18. Александров П.С. Введение в теорию групп. Издание второе, стереотипное. -М.: УРСС. 2004.
19. Энциклопедия для детей, т.11, Математика. -М.: Аванта+, 1998.
20. Черкасов О.Ю., Якушев А.Г. Математика для поступающих в серьезные вузы.
21. Сборники задач вступительных экзаменов по математике в МГУ и другие вузы.