Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
Специализированный учебно-научный центр (факультет) –
школа-интернат имени А. Н. Колмогорова

ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ

Научная конференция

*Секция «Новые технологии обучения
в классах естественнонаучного профиля»*

14–28 октября 2020 года
20–29 апреля 2021 года
14–22 апреля 2022 года

Тезисы докладов

Электронное издание сетевого распространения

МАКС ПРЕСС

МОСКВА – 2022

УДК 372.862
ББК 74.202.4
Л75

https://elibrary.ru/umjbjh

Печатается по решению Ученого Совета СУНЦ МГУ и постановлению Редакционно-издательского совета СУНЦ МГУ

Рабочая группа:
Д.П. Ильютко, Н.В. Морозов, К.В. Семенов

Л75 **Ломоносовские чтения.** Научная конференция. Секция «Новые технологии обучения в классах естественнонаучного профиля» : Тезисы докладов / Рабочая группа Д.П. Ильютко, Н.В. Морозов, К.В. Семенов. – Москва : МАКС Пресс, 2022. – 80 с. – 808 кб. (Электронное издание сетевого распространения)

e-ISBN 978-5-317-06910-0
https://doi.org/10.29003/m3127.978-5-317-06910-0

Сборник включает тезисы докладов по современным направлениям СУНЦ МГУ имени А. Н. Колмогорова.

УДК 372.862
ББК 74.202.4

e-ISBN 978-5-317-06910-0

С О Д Е Р Ж А Н И Е

Организация исследований учащихся 10-х классов по математической химии в смешанном формате

Ваймугин Леонид Александрович

студент химического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова, ИОНХ РАН имени Н.С. Курнакова, МБОУ Лицей «Физико-техническая школа», НИИ НПО «Луч»

Морозова Наталья Игоревна

к.х.н., доцент кафедры химии СУНЦ МГУ, директор Центра дистанционного обучения СУНЦ МГУ

В настоящее время во многих школах страны реализуется проектно-исследовательская деятельность учащихся [1]. Ее введение в систему школьного образования сопряжено со многими проблемами [2], из которых наибольшего внимания заслужили следующие:

- Малообеспеченность школ. При отсутствии необходимого оборудования не может идти речь об исследованиях школьников в области естественных наук.
- Дефицит кадров в отечественной науке. Современным НИИ и вузам необходимо пополнение юными исследователями.
- Деятельность в рамках ФГОС. В стандарте рекомендуется привлекать специалистов и ученых из различных областей знаний в качестве научных руководителей, однако доступ к подобным профессиональным ресурсам явно ограничен.

В соответствии с этим для решения указанных проблем актуально проведение работ по математической химии, поскольку данная область науки содержит большое количество теоретических вопросов, значительная часть которых по силам учащихся старших классов. Жизненный цикл исследований в данной области химии в 2021–2022 учебном году для обучающихся 10-х классов представлен в табл. 1.

На начальном этапе производилось знакомство с научной и учебной литературой по основным направлениям химии, в которых выявлялись вопросы теоретического характера, требующие активного использования математического аппарата без прибегания к эксперименту. В основном рассматривались такие темы, как химическая кинетика, периодический закон, химическая технология, химическая термодинамика, теория строения атома, теоретические аспекты химического эксперимента и теория строения вещества. Для каждого исследования составлялась аннотация, каждая из которых демонстрировалась на презентации для обучающихся 10-х классов с целью сбора коллектива желающих участвовать в работе.

Таблица1

Временное планирование жизненного цикла исследований по математической химии

Этап	Процесс	Сроки
Начальный этап	Разработка основных тем исследований	Июнь – август
Основной этап	Сбор команды исследователей	Сентябрь – март
	Научное руководство	
Заключительный этап	Анализ результатов научного руководства	Апрель

Далее варианты реализации научного руководства предложенных работ (очный, дистанционный и смешанный) обсуждались с учащимися 10-х классов. Из них пристального внимания заслуживает последний, поскольку в этом случае выбор основных мероприятий (работа с литературой по теме исследования, планирование и выполнение методической части, обсуждение результатов, подготовка к выступлению) и варьирование формата вместе со средствами их проведения позволяет оптимизировать процесс научного руководства под обучающихся. В итоге согласования основные мероприятия в рамках научного руководства проводились в соответствии с порядком, указанном в табл. 2.

Таблица 2

Сопоставление мероприятий в рамках научного руководства с форматами и средствами их проведения

Мероприятие	Формат	Средство
Работа с литературой по теме исследования	Дистанционный	Социальная сеть «ВКонтакте»
Планирование методической части	Очный	Лабораторный коллоквиум
Выполнение методической части	Очный	Компьютерный практикум в кабинете информатики
Обсуждение результатов	Дистанционный	Социальная сеть «ВКонтакте»
Подготовка к выступлению	Очный	Лабораторный коллоквиум

Разработанная стратегия для проведения исследований по математической химии в школьных условиях позволила достигнуть положительных результатов. В результате девятью обучающимися было выполнено три исследования, которые получили положительную оценку жюри внутренней школьной конференции. Учащиеся за период исследования смогли улучшить свои навыки работы с данными (как обнаруженными в литературе, так и полученными в результате математических расчетов) и представления результатов, что ранее было в значительной степени затруднительным вследствие отсутствия активной практики математического моделирования в приложении к объектам химии и публичных выступлений.

Литература

1. Воропанова, С.И., Богачева Е.Н. Опыт вовлечения талантливой молодежи в научную среду // Исследовательская деятельность учащихся, М.: Общероссийское общественное движение творческих педагогов «Исследователь», 2007, т. 2, 495 с.

2. Аксенова, М.А. Педагогические проблемы организации научно-исследовательской деятельности учащихся // Отечественная и зарубежная педагогика, 2015, № 6(27), с. 130–139.

Модификация средств контроля знаний в условиях дистанционного обучения

Василькова Дарья Павловна

ассистент кафедры биологии СУНЦ МГУ

В 2020 году пандемия COVID-19 стала причиной перехода системы образования в дистанционный формат. Внезапность перехода породила ряд педагогических, технических, организационных и психологических проблем.

Дистанционный формат обучения приводит к уменьшению контакта преподавателя и ученика и требует повышенного уровня самостоятельности учащихся. Недостаток самоконтроля может приводить к академической нечестности учащихся. Это приводит к необходимости модифицирования методов и средств контроля знаний при дистанционном обучении.

Применение онлайн-прокторинга, ограничение времени, нестандартные формулировки заданий, создание индивидуальных вариантов тестовых работ – такие модификации средств контроля знаний описаны в литературе, как адаптированные для дистанционного обучения. Использование электронных образовательных платформ и программ для видеоконференций успешно помогают организовать дистанционный контроль знаний учащихся.

На протяжении локдауна, вызванного пандемией, в школе-интернате СУНЦ МГУ для проверки знаний учеников использовались тестовые задания с ограничением времени, задания с развёрнутым ответом для текущего контроля знаний в дистанционном формате. Были задействованы различные интернет-ресурсы, например, «Центр дистанционного обучения СУНЦ МГУ», сайт кафедры биологии (на платформе Moodle) или платформа OnlineTestPad.

Предварительный и итоговый контроль знаний проводились в формате письменной работы с онлайн-прокторингом или творческого проекта. Ученики были разделены на группы по 8-12 человек в сессионных залах программ Zoom или Discord на время подготовки к устному ответу или написания письменной части экзамена. Затем они переходили к преподавателю для устного ответа в отдельную онлайн-аудиторию.

Несмотря на нынешний массовый возврат к очному формату обучения, вопросы обеспечения качества образовательного процесса и использования адекватных средств оценки знаний онлайн остаются весьма актуальными. Применение дистанционных образовательных технологий, в том числе для контроля и мониторинга результатов образования, возможно при любом формате обучения.

Литература

1. Давлетова, Р.Р. Формы контроля качества знаний на уроках физики в условиях реализации ФГОС ООО // Новые технологии в образовании: Сборник научных статей / Научный ред. О.В. Алдакимова. – М: Изд-во «Перо», 2018. – С. 51–54.

2. Клименских, М.В., Корепина Н.А., Шека А.С., Виндекер О.С. Особенности восприятия дистанционного обучения студентами и преподавателями вуза // Современные проблемы науки и образования. – 2018. – № 1. – С. 41.

3. Радостева, А.Г. Опыт проведения контроля знаний на разных этапах обучения в период пандемии с использованием дистанционных образовательных технологий // Гуманитарные исследования. Педагогика и психология. – 2020. – № 1. – С. 59–66.

4. Тихонова, Н.В. Организация контроля знаний студентов в условиях удаленного обучения // Казанский лингвистический журнал. – 2021 – №1 (4) – С. 111–125.

5. Шестопалов, Е.В., Суворова Е.В. Преимущества и недостатки дистанционного обучения // Современные проблемы науки и образования. – 2020. – № 6. – С. 61.

О вычислении значения многочлена от корней квадратного уравнения

Виноградов Олег Павлович

д.ф.-м.н., профессор, ведущий научный сотрудник СУНЦ МГУ, профессор механико-математического факультета МГУ

Введение

В многочисленных пособиях для школьников предлагается следующая задача: пусть $x_1, x_2 -$ корни квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0.$

Для некоторого натурального числа n найти значение выражения $x_1^n + x_2^n$.

Решение этой задачи основано на теореме Виета и на том, что это выражение симметрично относительно x_1, x_2 и, значит, выражается через элементарные симметрические многочлены $x_1 + x_2$ и x_1, x_2 (см., например, [1], [2]).

На вступительных экзаменах в СУНЦ МГУ в 2014 году автором была предложена следующая задача.

Задача 1. Пусть $x_1, x_2 -$ корни квадратного уравнения $x^2 - x - 3 = 0.$ Известно, что $x_1^5 + 19x_2$ является целым числом. Найдите это число.

Так как выражение $x_1^5 + 19x_2$ не симметрично относительно x_1, x_2, то вышеупомянутый способ решения этой задачи в данном случае неприменим. Обратим внимание также на то, что в условии задачи не сказано, является ли x_1 наименьшим или наибольшим корнем этого уравнения. Заметим, что корни этого уравнения равны $x_{1,2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$.

Поэтому, например, считая, что $x_1 -$ наименьший корень, то

$$x_1^5 + 19x_2 = \left(\frac{1-\sqrt{13}}{2}\right)^5 + \frac{19(1+\sqrt{13})}{2}.$$

Используя бином Ньютона, из этого выражения можно получить ответ задачи. Но такой способ решения приводит к достаточно трудоемким выкладкам.

Приведем авторское решение этой задачи. Так как $x_1^2 = x_1 + 3$, то

$$x_1^5 = x_1 x_1^4 = x_1(x_1+3)^2 = x_1^3 + 6x_1^2 + 9x_1 = x_1(x_1+3) + 6(x_1+3) + 9x_1 =$$
$$= x_1^2 + 18x_1 + 18 = x_1 + 3 + 18x_1 + 18 = 19x_1 + 21.$$

Поэтому $x_1^5 + 19x_2 = 19x_1 + 21 + 19x_2 = 19(x_1 + x_2) + 21 = 40$. Ответ: 40.

В этом решении используется теорема Виета и метод понижения степени для x_1^5, который использует само квадратное уравнение.

Аналогично рассуждая, нетрудно решить более сложную задачу.

Задача 2. Пусть $x_1, x_2 -$ корни квадратного уравнения $x^2 - x - 3 = 0.$ Найти такие целое число a, чтобы $N = x_1^7 + ax_2$ было тоже целым числом. Ответ: $a = 97, N = 217$.

Теорема Виета и метод понижения степени, который применен при решении задачи 1, позволяет подойти к решению следующей задачи:

Задача 3. Рассмотрим квадратное уравнение $x^2 + px + q = 0$

Предположим, что $p \neq 0,\ q \neq 0$. Пусть $x_1, x_2 -$ его корни (не обязательно действительные) и пусть задан многочлен произвольной степени от двух переменных $\varphi(u,v) = \sum_{i,j} a_{ij} u^i v^j$. Как с наименьшими вычислениями найти значение этого многочлена в точке $u = x_1, v = x_2$?

Используя теорему Виета и метод понижения степени можно также доказать известную теорему Бине относительно чисел Фибоначчи [3].

Литература

1. Гашков, С.Б. Квадратный трехчлен в задачах. – М.: МЦНМО, 2015.
2. Болтянский, В.Г., Н.Я. Виленкин Н.Я. Симметрия в алгебре. – М: Наука, 1967.
3. Виноградов, О.П. Степени корней квадратного уравнения и числа Фибоначчи // Потенциал. 2020, № 5. С. 32–34.

Об изложении элементов теории вероятностей в школьном учебнике для 9-го класса

Виноградов Олег Павлович

д.ф.-м.н., профессор, ведущий научный сотрудник СУНЦ МГУ, профессор механико-математического факультета МГУ

По инициативе основателя современной теории вероятностей академика А.Н. Колмогорова в 60-х годах прошлого века была произведена реформа школьного математического образования. В частности, в школьную программу были включены элементы теории множеств, дифференциального и интегрального исчисления. Однако элементы теории вероятностей он не включил в новую программу, хотя и опубликовал вместе со своими учениками в «Библиотечке Кванта» небольшую книжку по теории вероятностей. Видимо, А.Н. Колмогоров считал, что ввиду специфичности теории вероятностей, освоение даже основ этой науки будет сложно для учащихся обычных школ.

В настоящее время в программу средней школы современные реформаторы школьного образования включили элементы теории вероятностей и математической статистики.

В течение многих лет автор читает лекции и ведет семинарские занятия по теории вероятностей на различных факультетах МГУ. Несколько лет он читал спецкурс «Теория вероятностей» для школьников СУНЦ МГУ. Опыт преподавания этой дисциплины показывает, что для освоения даже самых простых понятий необходимо: во-первых, достаточное количество времени и, во-вторых, решение слушателями большого числа задач. На наш взгляд, это невозможно в современной средней школе. Школьникам не хватает времени даже для прочного овладения основами элементарной математики.

В этих условиях особые требования нужно предъявлять к изложению основ теории вероятностей в школьных учебниках.

В учебнике алгебры для 9 класса, написанным коллективом авторов (С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин) элементам теории вероятностей посвящено 17 страниц. На наш взгляд, материал изложен математически корректно и понятен для школьников. Имеется достаточное количество примеров и задач.

Что касается учебника алгебры для 9 класса, написанным коллективом авторов (Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К. И. Нешков, С.Б. Суворова), то элементам теории вероятностей посвящено 23 страницы. По нашему мнению, материал изложен очень неудачно. Приведем только два примера.

Первый пример

Выдающийся отечественный математик Б.В. Гнеденко в своем классическом учебнике [1] пишет: «Подчеркнем ту мысль, что теория вероятностей не занимается изучением уникальных событий, которые не допускают повторений. Так, не имеет смысла говорить о том, какова вероятность, что данный студент сдаст экзамен по теории вероятностей на ближайшей экзаменационной сессии, поскольку здесь речь идет о единичном событии, повторить которое в тех же самых условиях нет возможности».

Как это условие (многократное повторение однородных условий) может быть соблюдено в задаче, предлагаемой авторами?

Задача. Закинул старик в море невод. Рассматриваются следующие события:

А – пришел невод с уловом рыбы;

В – пришел невод с одною тиной;

С – пришел невод с травой морскою;

Д – пришел невод с золотой рыбкой, которая голосом молвит человечьим.

Есть ли среди данных событий такие, вероятность которых равна 0; равна 1; больше 0, но меньше 1?

Второй пример

Одно из основных понятий теории вероятностей, а именно, понятие независимости является достаточно непростым понятием. Интуиция далеко не всегда позволяет решить являются ли события зависимыми или независимыми.

В учебнике авторы вводят такое определение независимости: два события называются независимыми, если наступление одного из них не влияет на вероятность наступления другого.

Можно привести ряд аргументов, которые показывают ущербность такого определения. Фактически, авторы определяют независимость, используя понятие условной вероятности. Однако в учебнике не вводится понятие условной вероятности и не понятно, что означают слова «наступление одного из них не влияет на вероятность наступления другого». После этого определения в учебнике приведено утверждение: для двух независимых событий вероятность их совместного осуществления равна произведению вероятностей этих событий. На самом деле, это утверждение и есть определение независимости двух событий.

Достаточно подробно вопрос о преподавании независимости в школе рассматривается в работе автора [2].

Литература

1. Гнеденко, Б.В. Курс теории вероятностей. – М.: Едиториал УРСС, 2005.
2. Виноградов, О.П. О понятии независимости в теории вероятностей // Потенциал. 2020, № 10. С. 34–36.

Доказательство тождеств при помощи урновой схемы

Виноградов Олег Павлович

д. ф.-м. н., профессор, ведущий научный сотрудник СУНЦ МГУ, профессор механико-математического факультета МГУ

При помощи урновой схемы можно доказывать некоторые весьма сложные тождества. Приведем один пример.

Задача. Для всех $n \geq 1, m \geq 1$ справедливо тождество $\sum_{k=1}^{n} \frac{C_n^k}{C_{m+n-1}^k} = \frac{n}{m}$.

По мнению автора, непосредственное доказательство этого тождества весьма непросто. Приведем решение при помощи урновой схемы.

Пусть урна содержит $(m+n)$ шаров, из которых *m* белых и *n* черных. При последовательном извлечении шаров из урны без возвращения вынутого шара обратно будет, наконец, вынут белый шар. Очевидно, что вероятность этого события равна единице. Если белый шар будет вынут при первом извлечении, то вероятность этого события равна $\frac{m}{m+n}$. Если он вынут при втором извлечении, то вероятность этого события равна $\frac{nm}{(m+n)(m+n-1)}$ и т.д.

По теореме о вероятности суммы несовместных событий, получаем

$$1=\frac{m}{m+n}+\frac{nm}{(m+n)(m+n-1)}+\ldots+$$

$$+\frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)m}{(m+n)(m+n-1)(m+n-2)\ldots(m+n-k)}+\ldots+$$

$$+\frac{n!m}{(m+n)(m+n-1)\ldots(m+1)m}$$

Поэтому

$$\frac{1}{m}=\frac{1}{m+n}+\frac{n}{(m+n)(m+n-1)}+\ldots+$$

$$+\frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)m}{(m+n)(m+n-1)(m+n-2)\ldots(m+n-k)}+\ldots+$$

$$+\frac{n!}{(m+n)(m+n-1)\ldots(m+1)m}$$

Отсюда получаем, что $\frac{n}{m(m+n)}=\frac{1}{m+n}\sum_{k=1}^{n}\frac{C_n^k}{C_{m+n-1}^k}$. Поэтому

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{C_n^k}{C_{m+n-1}^k}=\frac{n}{m}.$$

Другие примеры можно найти в задачниках по теории вероятностей.

Новые задания математического практикума для 10-х физ-мат классов СУНЦ МГУ

Довбыш Сергей Александрович

к.ф.-м.н., доцент кафедры математики СУНЦ МГУ

Предмет «Математический практикум» был уже давно введён в сетку обязательных учебных занятий для 10-х и 11-х классов физико-математического отделения СУНЦ МГУ. Учащиеся 10-ых выполняют в его рамках индивидуальные задания по дополнительным математическим темам. Почти все из них были разработаны в своё время В.В. Вавиловым с сопровождением методическими материалами. Однако в последние годы автором доклада были разработаны задания по нескольким новым темам, которые также были сопровождены методическими материалами и решениями ко всем вариантам, просчитанным с помощью системы Maple:

1) Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений (сокращённо: СЛАУ) в двух вариантах – с выбором главного элемента в столбце или по всей матрице коэффициентов. В задание включены две квадратные системы уравнений – одна с тремя неизвестными, другая с четырьмя, и каждую из них требуется решить обоими вариантами метода Гаусса. Для контроля точности полученного решения вычисляется невязка.

2) Методы Ньютона, хорд и секущих для решения нелинейного уравнения. Предлагается нахождение с заданной точностью одного указанного (меньшего, среднего или большего) из трёх имеющихся корней заданного кубического многочлена, не допускающего решения понижением порядка. Предварительно требуется провести полное исследование графика многочлена, а также, на основе свойств монотонности и выпуклости, сделать анализ для надежного выбора стартовой точки в методе Ньютона, который будет априори гарантировать сходимость метода к искомому корню.

3) Метод наименьших квадратов. Предлагается построить линейную комбинацию заданных функций, наилучшим образом, в смысле квадратичного отклонения, аппроксимирующую заданные точки на плоскости независимой и зависимой переменных. Задача сводится к решению вспомогательной СЛАУ и для контроля точности вычислений предлагается найти невязку полученного решения этой системы. В задании даны 4 точки, которые требуется аппроксимировать линейной комбинацией, в одном случае, 3-х, а в другом случае 4-х заданных функций. В случае использования 4-х функций решение задачи аппроксимации будет точным, т.е. квадратичное отклонение должно быть равно нулю, и для контроля точности вычислений предложено найти это отклонение.

В сопровождающем последнюю работу методическом пособии элементарное доказательство существования и единственности решения вспомогательной СЛАУ с квадратной симметрической положительно определённой матрицей даётся по следующей схеме. Решение является точкой минимума многочлена 2-ой степени. Существование точки минимума следует из общего результата о достижимости функцией, непрерывной на замкнутом ограниченном множестве, своих минимума и максимума, и из стремления функции к плюс-бесконечности при убегании аргумента в бесконечность. Единственность решения легко следует из того, что в смещённой системе координат, центр которой помещён в точку минимума, функция становится положительно определённой квадратичной формой.

Также автором с помощью системы Maple были подготовлены ответы ко всем вариантам заданий по следующим темам (три первых задания были предложены В.В. Вавиловым, последнее – В.В. Журавлёвой), на основании чего условия многих вариантов были изменены с целью уровнять их по сложности:

1) Линейное программирование (геометрический метод решения задач линейного программирования с двумя неизвестными);

2) Годографы (построение и исследование годографов вектор-функций, получаемых сложением двух равномерно вращающихся векторов на плоскости, а также годографов первых и вторых производных этих вектор-функций);

3) Диаграммы касательных (построение элементарными методами графика дробно-квадратичной функции и разбиение плоскости графика на области, отвечающие разному числу касательных к графику);

4) Цепные дроби (представление чисел в виде цепных дробей, вычисление значений цепных дробей, использование для решения линейного диофантового уравнения с двумя неизвестными, для нахождения приближения числа подходящей дробью с заданной точностью).

Использование некоторых программных средств для подготовки и размножения вариантов контрольных заданий и вспомогательных материалов

(опыт проведения дистанционных контрольных мероприятий и индивидуальных домашних заданий)

Довбыш Сергей Александрович

к.ф.-м.н., доцент кафедры математики СУНЦ МГУ

Хорошо известно, что использование стандартных средств издательской системы LaTeX позволяет при формировании, например, билетов или вариантов контрольного мероприятия и ответов к ним не копировать каждый раз условия задач и ответы, а заменять их командами, которые их задают; сами же условия или ответы могут считываться из отдельного файла. Однако, при формировании большого числа билетов или вариантов было бы желательно максимально автоматизировать этот процесс, как и получение ответов. Эта задача стала особенно актуальной при проведении контрольных мероприятий в дистанционном обучении, когда, с целью избежать возможного несамостоятельного решения задач учащимися, потребовалось формировать большое число вариантов и распечатывать их в отдельных файлах. Но это также требуется и при очном обучении для формирования индивидуальных вариантов домашних заданий, например, по Математическому практикуму в СУНЦ МГУ (см. [1]). Для формирования входных файлов LaTeX'а предлагается использовать какую-либо из вычислительных систем, например, Maple или Matlab, позволяющих проводить символьные (аналитические) преобразования и вывод в файл математических выражений в формате LaTeX'а, что даёт возможность автоматически формировать решения и ответы, но почти все другие манипуляции могут быть произведены с использованием, например, языка C. Все три упомянутые системы (Maple, Matlab и C) позволяют создавать новый или открывать имеющийся файл и, например, выводить в него формулу или текст, оформленные в виде строки или строковой переменной. При этом работа с файлами и очень многие другие полезные для наших целей возможности систем Maple и Matlab крайне мало отражены в учебной литературе.

Таким образом, возникает несколько характерных проблем и путей их решения:

1) Автоматическое формирование пронумерованных (в соответствии с номерами билетов) входных файлов LaTeX'а при условии, что сами задания билетов уже сформированы. Эта задача легко решается средствами любой из трёх рассматриваемых систем.

2) Автоматическая обработка (т.е. трансляция и последующая чистка рабочей директории) входных файлов LaTeX'а. Для этой цели используется пакетный файл (bat-файл в случае использования ОС Windows), формируемый вместе с файлами заданий.

Отметим сразу, что альтернативой к пунктам 1) и 2) может быть вывод всех билетов в один LaTeX-файл так, чтобы каждый билет был распечатан на отдельной странице, и последующая разбивка выходного pdf-файла на отдельные страницы (последнее может быть осуществлено, например, программами, свободно доступными online).

3) Автоматическое перемешивание в билетах нескольких имеющихся вариантов каждой задачи. Можно предусмотреть и изменение порядка следования задач в разных билетах. Для перемешивания номеров билетов предлагается применять псевдослучайную последовательность номеров билетов. Её удобно строить из псевдослучайной последовательности чисел x_k с равномерным распределением на стандартном отрезке [0;1]: числа x_k $(1 \leq k \leq n)$ упорядочиваются процедурой сортировки в порядке возрастания или убывания и если оказывается, например, что $x_{k_1} < x_{k_2} < \cdots < x_{k_n}$, то искомая последовательность номеров n билетов есть $k_1, k_2, \ldots, k_n$. Если каким-то образом были сформированы n «изначальных» билетов, то содержимым нового билета номер m $(1 \leq m \leq n)$ будет «изначальный» билет номер k_m. Далее, для перестановки порядка следования задач в билете можно применить набор K заданных шаблонов, где номер используемого шаблона определяется остатком при делении номера билета на K, а для вычисления номеров вариантов задач в билете – некоторый заданный алгоритм, который может быть основан на вычислении остатков, исходя из номера билета. Здесь в качестве номера билета можно брать и его настоящий номер, и номер соответствующего «изначального» билета.

4) Автоматическое формирование большого числа вариантов задачи одинакового уровня сложности. Предлагается формировать варианты, исходя из некоторого шаблона для условия задачи и/или решения/ответа к этой задаче. При таком подходе удаётся создать в полностью автоматизированном режиме очень много вариантов одинаковой сложности. Каждый вариант задачи генерируется после подстановки в шаблон некоторых данных. Если используется шаблон условия задачи, то эти данные – просто набор данных в условии задачи; в случае же шаблона решения/ответа – это величины, возникающие при решении задачи, осуществляемого по известному алгоритму, или входящие в ответ заданного типа. В последнем случае данные в условии задачи и её решение должны быть восстановлены по данным, подставляемым в шаблон решения/ответа; такой метод применим, конечно, только если решение задачи полностью алгоритмизировано, т.е. осуществляется по некоторому заданному алгоритму. В качестве данных, которые подлежат для подстановки в шаблон при формировании варианта задачи, могут выступать, например, всевозможные выборки данного количества элементов из некоторого заданного множества или всевозможные перестановки заданного множества. При этом формируемые данные могут быть предварительно подвергнуты какой-то проверке с целью забраковать те из них, которые не удовлетворяют тем или иным предъявляемым к ним требованиям. Приведём описание трёх соответствующих примеров. В первом из них используется шаблон условия, в двух следующих – шаблон ответа/решения. Первый пример требует проведения нескольких проверок для отбраковки данных, которые будут обсуждены.

1. Дан кубический многочлен $ax^3 + bx^2 + cx + d$, имеющий три различных вещественных корня. Приближённо найти, используя предложенный численный метод (методы Ньютона, хорд и секущих), один указанный (меньший, средний или больший) корень этого многочлена, для чего предварительно провести полное исследование графика многочлена, а также, на основе свойств монотонности и выпуклости, сделать анализ для надежного выбора стартовой точки в методе Ньютона, который будет априори гарантировать сходимость метода к искомому корню (см. [1]).

Шаблон: В качестве данных выступает набор из четырёх коэффициентов этого многочлена и для него проводится полное исследование графика с нахождением точек экстремумов и перегиба, а затем применяются рассматриваемые численные методы. Наша цель состоит только в обсуждении условий, налагаемых на наборы коэффициентов. Требуется, прежде всего, чтобы многочлен не допускал нахождения корней элементарными методами (т.е. разложением в произведение многочленов 1-ой и 2-ой степени или представлением в виде суммы куба линейного выражения и постоянной или суммы кубов двух линейных выражений). Мы рассматриваем случаи многочленов с целыми коэффициентами, так что неразложимость в произведение многочленов меньшей степени с рациональными коэффициентами равносильна отсутствию рационального корня (и означает также, что корни многочлена не являются квадратичными иррациональностями, т.е. не могут быть выражены, исходя из рациональных чисел с помощью арифметических операций и операции взятия квадратного корня). Помимо этого, потребуем, с целью уравнивания сложности вариантов, чтобы корни производной многочлена (точки экстремума, возникающие при исследовании) не были рациональными числами, т.е. дискриминант производной не был полным квадратом (т.е. квадратом целого числа). Из требования отсутствия рациональных корней у кубического многочлена и его производной следуют очевидные ограничения на его коэффициенты: $c \neq 0$ и $d \neq 0$. Наконец, пусть $b \neq 0$, поскольку в противном случае вычисления двух локальных экстремумов кубического многочлена совершенно аналогичны. Каждый набор коэффициентов должен быть подвернут серии проверок, призванных отбраковать многочлены, не удовлетворяющие следующим требованиям: 1) во избежание фактического дублирования вариантов, когда многочлены могут оказаться пропорциональными друг другу, потребовать, чтобы многочлен с целыми коэффициентами не допускал сокращения на целое число, т.е. наибольший общий делитель (НОД) его коэффициентов был равен единице, – в этом случае пропорциональные многочлены могут различаться только знаком, что также легко отследить, либо заранее избежать, потребовав, чтобы всегда выполнялось $a > 0$, 2) более того, предусмотреть, чтобы многочлены не переводились один в другой не только масштабированием (умножением на постоянный коэффициент) значений многочлена, но и никаким одновременно выполняемым линейным преобразованием переменной x или хотя бы её масштабированием без изменения начала отсчёта, 3) многочлен не должен допускать нахождения корней упомянутыми выше элементарными методами, а также корни его производной не должны быть рациональными числами, 4) многочлен должен иметь три различных вещественных корня. Итак, многочлен, вернее говоря, его набор коэффициентов a, b, c, d, должен быть отброшен, если не удовлетворяет какому-то хотя бы одному из этих условий. Представляется, впрочем, что условие 2) не является важным, поскольку при его нарушении учащиеся вряд ли заметят, что задание одного варианта может быть сведено к заданию другого. Что касается проверки этих условий, то очень легко вычислить НОД коэффициентов и выяснить, будет ли дискриминант производной полным квадратом. Легко также проверить неразложимость многочлена в произведение многочленов меньшей степени, т.е. отсутствие рационального корня. Наличие трёх различных вещественных корней кубического многочлена означает в точности положительность его дискриминанта, вычисляемого по известной формуле $D = -27a^2d^2 + 18abcd + b^2c^2 - 4b^3d - 4ac^3$; последнее требование гарантирует и невозможность представить многочлен в виде суммы куба линейного выражения и постоянной или суммы кубов двух линейных выражений, поскольку в этих случаях многочлен имеет единственный вещественный корень. Наконец, для кубических многочленов преобразования масштабирований их значений и линейных замен переменной имеют в качестве полной системы инвариантов одну величину $(2b^3 - 9abc + 27a^2d)^2/(3ac - b^2)^3$, а преобразования масштабирований и их значений и переменной – пару величин $(ca/b^2, da^2/b^3)$; один многочлен будет переводиться в другой, если и только если для них совпадают значения соответствующего инварианта.

Легко организовать автоматический перебор наборов коэффициентов с проверкой всех этих условий. Пусть коэффициенты пробегают, соответственно, наборы целых чисел такие, что $a \in \{1; 2\}$, $1 \leq b \leq 5$, $0 < |c| \leq 6$, $0 < d \leq 6$ (достаточно ограничиться случаем $a > 0$, $b \geq 0$, поскольку общий случай сводится к нему переменой знаков многочлена и/или переменной величины.) Тогда всего имеется $2 \times 5 \times 12 \times 12 = 1440$ наборов $(a; b; c; d)$ коэффициентов. Будем проверять для каждого из них последовательно описанные выше свойства, указывая в скобках количество наборов, которые выдержали эту и все предыдущие проверки: равенство НОД единице (1368), неразложимость многочлена (1130), положительность дискриминанта (243) и то, что дискриминант производной не будет полным квадратом (220). Как видно, больше всего наборов отсеивается при проверке положительности дискриминанта, что кажется естественным. Среди оставшихся 220 кубических многочленов, количество не сводящихся друг к другу масштабированиями значений и линейными заменами переменной, будет равно 140 – именно столько различных значений принимает соответствующий инвариант. А количество не сводящихся друг к другу масштабированиями и значений и переменной, будет равно 211. Для формирования конкретного списка наборов коэффициентов многочленов, не переводящихся друг в друга рассматриваемыми преобразованиями, нужно, двигаясь вдоль исходного списка из 220 наборов, проверять для каждого следующего набора, даёт ли он значение инварианта, уже встречавшееся ранее, и если это так, то отбрасывать этот набор. При этом имеет смысл предварительно упорядочить исходный список так, чтобы в его начале шли наборы с относительно небольшими коэффициентами, а в конце – с бóльшими. В этом случае отбрасываться будут именно наборы с бóльшими коэффициентами, а оставляться для включения в задания – с меньшими. Например, если упорядочить исходный список из 220 наборов по возрастанию величины $4a + 3b + 2 \cdot |c| + |d|$, произвести последовательное отбрасывание многочленов, сводящихся к предыдущим масштабированиями значений и линейными заменами переменной, а затем полученный список лексикографически упорядочить по возрастанию модулей коэффициентов (вначале по a, потом по b, затем по $|c|$ и наконец по $|d|$ в порядке их возрастания), то искомый список из 140 наборов примет следующий вид:

(1,1,-2,-1), (1,1,-3,-1), (1,1,-4,-1), (1,1,-4,1), (1,1,-4,-2), (1,1,-6,-1), (1,1,-6,1), (1,1,-6,-2), (1,1,-6,-3), (1,2,-3,-1), (1,2,-5,-1), (1,2,-5,1), (1,2,-6,-1), (1,2,-6,-2), (1,2,-6,-3), (1,2,-6,-5), (1,3,-1,-1), (1,3,-1,-2), (1,3,-2,-1), (1,3,-2,-3), (1,3,-3,-2), (1,3,-3,-3), (1,3,-3,-4), (1,3,-4,-1), (1,3,-4,1), (1,3,-4,-2), (1,3,-4,-3), (1,3,-4,-5), (1,3,-5,-1), (1,3,-5,-2), (1,3,-5,-3), (1,3,-5,-5), (1,3,-5,-6), (1,3,-6,-1), (1,3,-6,1), (1,3,-6,-2), (1,3,-6,-3), (1,3,-6,-5), (1,3,-6,-6), (1,4,-1,-1), (1,4,-1,-2), (1,4,-2,-1), (1,4,-2,-2), (1,4,-2,-6), (1,4,-4,-2), (1,4,-4,-3), (1,4,-4,-5), (1,4,-4,-6), (1,4,-5,-1), (1,4,-5,1), (1,4,-5,-2), (1,4,-5,-3), (1,4,-5,-5), (1,4,-5,-6), (1,4,-6,-1), (1,4,-6,-2), (1,4,-6,-3), (1,4,-6,-6), (1,5,-1,-1), (1,5,1,-1), (1,5,-1,-2), (1,5,1,-2), (1,5,-1,-3), (1,5,-1,-4), (1,5,-1,-6), (1,5,-2,-1), (1,5,-2,-2), (1,5,-2,-3), (1,5,-2,-5), (1,5,-3,-1), (1,5,-3,-2), (1,5,-3,-4), (1,5,-3,-5), (1,5,-3,-6), (1,5,-4,-1), (1,5,-4,-3), (1,5,-4,-5), (1,5,-4,-6), (1,5,-5,1), (1,5,-5,-2), (1,5,-5,-3), (1,5,-5,-4), (1,5,-5,-6), (1,5,-6,-1), (1,5,-6,1), (1,5,-6,-2), (1,5,-6,-3), (1,5,-6,-5), (1,5,-6,-6), (2,1,-3,-1), (2,1,-5,-1), (2,1,-5,1), (2,1,-5,-2), (2,1,-6,-1), (2,1,-6,1), (2,1,-6,-2), (2,1,-6,2), (2,1,-6,-4), (2,2,-3,-2), (2,2,-4,-1), (2,2,-5,-1), (2,2,-5,-3), (2,2,-6,-1), (2,2,-6,1), (2,2,-6,-3), (2,3,-2,-1), (2,3,-3,-1), (2,3,-4,-2), (2,3,-5,-1), (2,3,-5,1), (2,3,-5,-2), (2,3,-6,-1), (2,3,-6,-2), (2,3,-6,-3), (2,4,-2,-1), (2,4,-3,-1), (2,4,-4,-1), (2,4,-5,1), (2,4,-5,-2), (2,4,-5,-3), (2,4,-5,-4), (2,4,-5,-5), (2,4,-5,-6), (2,4,-6,-1), (2,4,-6,1), (2,4,-6,-3), (2,4,-6,-5), (2,5,-3,-1), (2,5,-3,-2), (2,5,-3,-3), (2,5,-3,-5), (2,5,-5,-1), (2,5,-5,-3), (2,5,-5,-4), (2,5,-5,-5), (2,5,-6,1), (2,5,-6,-2), (2,5,-6,-3), (2,5,-6,-5), (2,5,-6,-6).

Случай, когда два нуля функции очень близки друг к другу, а значение функции в находящейся между ними точке (локального) экстремума, соответственно, близко к нулю, является близким к вырожденному. Можно предусмотреть отсев тех наборов коэффициентов многочленов, из числа 220, прошедших предыдущие проверки, для которых расстояние между какими-то двумя корнями или абсолютная величина значения в какой-то точке экстремума окажется меньше заданной положительной величины. Непосредственные вычисления дают, что среди этих 220 наборов коэффициентов наименьшее расстояние между парой корней, приблизительно равное 0,3048, достигается для набора $a = 1, b = 5, c = -5, d = 1$, а наименьшее абсолютное значение в точке экстремума, приблизительно равное 0,1285, достигается для набора $a = 1, b = 3, c = -4, d = 1$. Эти значения не кажутся автору слишком малыми для того, чтобы такие наборы коэффициентов были включены в задания.

2. Даны перестановка $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & \dots & n \\ \alpha_1 & \dots & \alpha_n \end{pmatrix}$ (записанная в табличном виде) и целое число m. Для перестановки α^m найти её разложение на независимые циклы, тип и порядок.

Шаблоны: одна перестановка β, записанная в виде разложения в композицию независимых циклов, список перестановок γ, трансформирующих (сопрягающих) β в α, также списки неполных частных q и остатков r при делении m на порядок $s = ord(\beta)$ перестановки β (все числа q и r – целые, причем $0 \leq r < s$).

Алгоритм. Вычислить порядок $s = ord(\alpha) = ord(\beta)$ как наименьшее общее кратное (НОК) длин циклов, составляющих перестановку β. Задать выбор конкретных значений γ, q и r из списков шаблонов для каждого номера варианта, вычислять число $m = q \cdot s + r$ и перестановку $\alpha = \gamma^{-1}\beta\gamma$ в виде разложения на независимые циклы, наконец, выводить в LaTeX-файл с заданием эту перестановку в табличном виде и число m. Для формирования файла с ответами вычислить перестановку $\alpha^m = \alpha^r$ в виде разложения на независимые циклы, определить длины $k_1, \dots, k_s$ составляющих её циклов и её порядок НОК$(k_1, \dots, k_s)$. Перед выводом в файл набор чисел $k_1, \dots, k_s$ следует упорядочить по возрастанию или убыванию, а сама перестановка выводится в табличном виде.

Реализация этого алгоритма не представляет сложности.

3. Применить алгоритм Евклида для вычисления наибольшего общего делителя (НОД) заданных целых чисел a и b и найти линейное представление НОД. Или такая версия задания: Решить диофантово уравнение $ax + by = c$ с заданными коэффициентами a, b и свободным членом c.

Этот алгоритм используется и в задачах о цепных дробях, что также может быть использовано для размножения вариантов таких задач (см. [1]).

Шаблоны: список наибольших общих делителей d, один неупорядоченный набор неполных частных $Q = \{q_1, \dots, q_s\}$ – натуральных чисел – с учётом только кратности каждого числа q_k.

Алгоритм. Задать для каждого номера варианта выбор d из списка и перестановку (с повторениями) множества Q, дающую последовательность (упорядоченный набор) неполных частных $(q_1, q_2, \dots, q_n)$ в алгоритме Евклида, учитывая при этом, что последнее частное должно быть больше единицы. Для этого заранее сформировать список всех подходящих различных перестановок множества Q с кратными элементами и для каждого номера варианта задать случайный выбор элемента этого списка.

Применить обратный ход алгоритма Евклида для вычисления последовательных остатков, начиная от последних и заканчивая числами a и b, а коэффициенты линейных представлений остатков через исходные числа a и b вычислять по формулам прямого хода, поскольку они требует только знания неполных частных, но не самих остатков. В случае, когда решается диофантово уравнение, надо также для каждого номера варианта задать целое число $g = c/d$. Можно, например, задать возможные значения g в виде списка и для каждого номера варианта определить выбор элемента из этого списка.

Реализация этого алгоритма также не представляет сложности.

Например, для $Q = \{1,2,2,2,3,4\}$ имеется

$$P(1,3,1,1) - P(3,1,1) = \frac{6!}{1!^3\,3!} - \frac{5!}{1!^2\,3!} = 120 - 20 = 100$$

подходящих перестановок с повторениями (здесь P обозначает полиномиальный коэффициент). В случае же, когда среди элементов множества Q нет кратных, количество подходящих перестановок существенно возрастает: если такое множество содержит n элементов, то это количество равно $n!$, когда 1 не является элементом Q, и $n! - (n-1)! = (n-1)\cdot(n-1)!$ – в противном случае.

Отметим в заключение, что реализация обозначенных выше пунктов 1) и 2) не представляет сложности для пользователя, имеющего опыт работы в соответствующей вычислительной системой и знакомого с операционной системой; обсуждение этих пунктов, предназначенное для начинающих пользователей, можно найти в [2,3]. Подробное же обсуждение пунктов 3) и 4) вместе с приведёнными выше примерами содержится в [4].

Далее, укажем, что практически не отражены в современной учебной литературе стандартные средства системы Maple для анализа структуры математических выражений, которые могут быть полезны при автоматическом решении некоторых классов задач, условия которых записаны в кратком привычном виде. Например, автором была написана процедура, вычисляющая перестановку, выраженную с помощью операций композиции и возведения в степень, исходя из заданных перестановок, где все перестановки записываются в виде композиции независимых циклов с использованием квадратных скобок вместо круглых и запятых вместо операции композиции (как предусмотрено в пакете group системы Maple), а при записи выражения применяются также квадратные скобки, запятые и обычные обозначения для степени.

В заключение отметим, что хотя использование LaTeX'а стало стандартом при подготовке, прежде всего, материалов по математике и физике, однако уже давно имеются специализированные пакеты LaTeX'а, предназначенные и для совершенно иных целей, например, для печати структурных химических формул, электрических схем, музыкальных партитур, шахматных партий, кроссвордов и т.д.. Предусмотрена также поддержка работы LaTeX'а в многоязыковой среде. Поэтому обсуждаемые вопросы могут сделать актуальным использование LaTeX'а и для подготовки контрольных мероприятий по различным техническим и естественно-научным и даже по гуманитарным предметам.

Литература

1. Довбыш, С.А. Новые задания математического практикума для 10-х физмат классов СУНЦ МГУ // Настоящий сборник.
2. Довбыш, С.А. Использование некоторых программных средств для подготовки вариантов контрольных заданий и вспомогательных материалов: автоматическое формирование входных файлов и их обработка // Modern European Researches. – 2020. – Том 1, № 2. – P. 82–95.
3. Довбыш, С.А. Использование некоторых программных средств для подготовки вариантов контрольных заданий и вспомогательных материалов: работа с файлами и организация диалоговой работы // Modern European Researches. – 2021. – Том 1, № 2. С. 81–89.
4. Довбыш, С.А. Использование некоторых программных средств для подготовки вариантов контрольных заданий и вспомогательных материалов: автоматическое формирование вариантов задач и их перемешивание в билетах // Modern European Researches. – 2022. – Том 1, № 3. – С. 76–93.

Динамическая геометрия в восприятии учеников

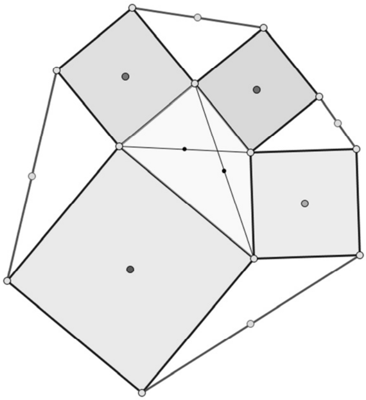
Дубровский Владимир Натанович

к.ф.-м.н., доцент кафедры математики СУНЦ МГУ,
научный руководитель проекта «1С: Математический конструктор»

Компьютерные программы динамической геометрии (ПДГ), позволяющие строить на экране компьютера геометрические фигуры, а затем исследовать их, варьируя исходные данные с сохранением алгоритма построения, используются в СУНЦ МГУ уже около 20 лет. Первой, и до недавнего времени почти единственной областью их применения был математический практикум – особый предмет, введённый в ФМШ при

МГУ А.Н. Колмогоровым [1]. С распространением компьютеров многие задания практикума в их исходной, «бумажной» форме морально устарели. Но в то же время открылись возможности как для переформатирования старых практикумов, так и для создания новых заданий [2]. Появился новый практикум на построение сечений на 3D моделях геометрических тел, затем его продолжение «Два многогранника», практикумы «Кривые», «Итерации», «Орнаменты», основанные на их старых, «бумажных» вариантах и др. Названные практикумы были разработаны прежде всего для математического и «информатического» классов в потоке, который ведут Ю.Е. Егоров и автор; технологически они рассчитаны на выполнение в ПДГ: сначала это была «Живая Математика», а затем – «Математический конструктор» (МК) [3].

Начавшийся весной 2020 года период длительного и почти не прерываемого дистанционного обучения естественным образом создал условия



и необходимость для гораздо более глубокого и широкого проникновения компьютерных технологий и, в частности, динамической геометрии в учебный процесс. Как и другие ПДГ, «Математический конструктор» – это в первую очередь виртуальная математическая лаборатория, инструмент для конструирования и исследования моделей математических объектов, в том числе и для поиска решений задач. Но МК предоставляет удобный интерфейс и для исполнения других важных в контексте учебной работы ролей – построения чертежей с чистого листа «на лету» (роль интерактивной доски во время лекций, разборов задач), и создание (статичных) иллюстраций к текстам разного назначения (роль графического редактора). Все эти возможности использовались на занятиях и преподавателями, и учениками. Поначалу в домашние задания время от времени включалась задача, в которой требовалось просто построить «живой» компьютерный чертеж к какой-нибудь теореме с достаточно сложной конфигурацией, а также такие, где хорошо построенная модель могла бы подсказать идею решения. Большой интерес вызывали задания на создание «личных инструментов», или макросов. Так, для отработки теоремы Паскаля предлагалось создать инструмент, который строит конику по пяти её произвольно заданным точкам. Необычными были задания на исследование и другие вопросы открытого типа. Например, в одной из задач давалась только динамическая модель четырёхугольника, на сторонах которого построены квадраты (см. рисунок), и требовалось открыть как можно больше интересных свойств этой конфигурации. (В итоге были найдены и ранее неизвестные автору свойства.) Другой пример: первым заданием практикума «Инверсия» было обосновать нескольких разных способов построения образа точки при инверсии и сравнить их друг с другом с точки зрения применимости к созданию макроса инверсии; порой сравнение оказывалось более интересным, чем чисто математический вопрос – доказательство.

Со временем, когда большинство учащихся достаточно хорошо освоили МК, они по собственной инициативе стали обращаться к «живым чертежам» при поиске решений. Многие ученики с помощью МК оформляли решения домашних задач: создавали геометрические чертежи для документов формата Word или LaTeX, иногда довольно объемных, и даже, в некоторых случаях, оформляли в МК все домашнее задание, включая тексты.

Особенно успешным был опыт использования МК в курсе геометрии для 10-х классов в 2021–22 учебном году. Это связано и с накопленной за предыдущий год практикой, и с тем, что в 10 классе изучается, в основном, планиметрия – наиболее выигрышная с точки зрения применения ПДГ часть двухгодичного курса. В конце первого полугодия среди учащихся был проведен опрос на тему «Математический конструктор в учебе», в котором приняли участие более 40 учеников. Познакомимся с некоторыми из его результатов.

Первая группа вопросов касалась впечатлений опрашиваемых от работы с программой, на жаргоне разработчиков – «юзабилити».

На вопрос «Насколько легко вам было научиться работать с разными компонентами МК?» подавляющее большинство (более 70%) выбрали ответ «Без проблем» в отношении наиболее часто применяемых компонент (инструментов построений, оформления, создания текстов). Следует сказать, что непосредственно первичному знакомству с интерфейсом и приемами работы с программой был посвящен только один урок. Совершенствование основных навыков происходило в ходе использования программы.

Другие вопросы этой части касались впечатлений о конкретных возможностях программы – что больше всего понравилось, что не понравилось, какие возможности следовало бы добавить. Подробно на ответах останавливаться не будем – они интересны, в первую очередь, разработчикам. Отметим лишь, что в целом положительных впечатлений было существенно больше, чем отрицательных, а ряд замечаний был принят в работу. В частности, разрабатывается новый внешний вид программы, включая возможность перехода на так называемую «темную тему». Более того, вполне профессиональные замечания одного из учеников к процессу установки линукс-версии приложения вылились в то, что его привлекли к работе над совершенствованием установщика.

Вторая группа вопросов касалась впечатлений об использовании МК при изучении математических курсов. Общая картина ответов выглядит так:

Вы использовали МК

только когда это явно требовалось в заданиях	14%
также и по собственной инициативе	86%

Насколько интересно вам было что-то делать в МК?

Неинтересно, лучше бы просто на бумаге	7%
Иногда интересно, но чаще нет	4,6%
Чаще интересно	41,9%
Всегда или почти всегда интересно	46,5%

Чем вам помог МК в учебе? (Можно было выбрать несколько вариантов ответа.)

Мне было удобно оформлять решения задач в МК или делать в МК картинки для документов	53,5%
МК-модели помогали лучше понять условия задач, формулировки теорем	86%
МК-модель подсказала идею решения задачи	76,7%
МК-модель помогла открыть новый для меня факт	53,5%
Никакой дополнительной помощи от МК не было	4,6%

В последнем пункте опроса предлагалось дополнить свои ответы комментариями в свободной форме. Приведем (без редактирования) один из этих комментариев, относящийся к тематике второй части опроса:

«МК очень полезен как в учебе, так и в персональных целях для изучения разных других теорем. Даже если у меня есть не связанный с домашним заданием проект или интересная задача, я всегда теперь пользуюсь МК. Единственное, что могу назвать отрицательным влиянием лично для себя, это то, что теперь труднее решать задачу на бумаге. В МК всегда можно подвигать чертеж и посмотреть на разные случаи, мне кажется, это может мешать развивать пространственное мышление и придумывать эти случаи самому. Но в целом приложение невероятно полезно!»

Почти все остальные отзывы в той или иной мере повторяют высказанные здесь положительные впечатления от программы, и только один почти полностью сводился к тому, что привычка к динамическим чертежам плохо сказывается на навыках решения геометрических задач обычными средствами, поскольку она «очень сильно ухудшает геометрическое видение, так как такие конструкторы практически напрочь отбивают уменье рисовать чертежи на бумаге и замечать конструкции без компьютерной точности» (впрочем и этот ученик признал, что ПДГ «хороши, когда вы делаете какой-то проект или решаете исследовательскую задачу»). Такого рода мнения приходилось слышать и раньше, в том числе от учителей. Определенные основания для них есть, коль скоро есть учащиеся, их придерживающиеся, хотя они и составляют в данном опросе незначительное меньшинство. Однако объективно оценить гипотетический «урон», наносимый компьютеризацией геометрии освоению геометрических навыков, можно только в более широких специальных исследованиях. В частности, будет интересно увидеть, как будут справляться с геометрическими задачами эти же ученики в следующем учебном году, если он пройдет в очной форме, при которой соотношение между работой с применением компьютера и в обычном режиме неизбежно сдвинется в пользу последнего.

Но есть и еще один, более глубокий аспект этой проблемы – это вопрос о целях школьного курса геометрии вообще. Следует ли считать, что одной из приоритетных целей является научить школьников умению решать геометрические задачи именно на бумаге? Ответ будет положительным, пока важнейшие экзамены проводятся на бумаге, но представляется, что с точки зрения интеллектуального развития учащихся едва ли бумага имеет какие-либо преимущества перед компьютером, по крайней мере в старшей школе. Вполне вероятно, что в недалеком будущем изучение геометрии с помощью ПДГ станет стандартом.

В ходе преподавания геометрии и некоторых тем математического анализа в 10-х Б и В классах СУНЦ МГУ в 2021–22 учебном году был проведен, пусть и отчасти вынужденно, масштабный эксперимент по систематическому и длительному использованию динамической геометрии в версии «Математического конструктора». Подводя его итоги, можно признать его вполне успешным. В некоторых отношениях результаты даже превзошли ожидания, что показали и результаты проведенного опроса. Особо выделим следующее:

– учащиеся легко освоили программу и стали применять ее не только для выполнения специальных компьютерных заданий, но и для поиска решений «обычных» задач;
– в их учебной деятельности намного большее чем в прошлые годы место заняли конструирование, эксперимент и исследование;
– резко улучшилось качество оформления работ.

Значительную часть накопленного опыта имеет смысл использовать и в условиях обычного очного обучения.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 19-29-14217.

Литература

1. Вавилов, В.В. Математический практикум: вчера и сегодня // Математическое образование. 2013. № 3. С. 3–37.

2. Дубровский, В.Н. «1С: Математический конструктор» и математический практикум в СУНЦ МГУ // Информатика и образование. 2016. № 7(276). С. 22–26.

3. Сайт «Математического конструктора» https://obr.1c.ru/mathkit/

О некоторых аспектах преподавания математического анализа в дистанционном режиме

Евдокименко Артем Петрович
к.ф.-м.н., доцент кафедры математики СУНЦ МГУ

Селиванова Ирина Юрьевна
к.ф.-м.н., доцент кафедры математики СУНЦ МГУ

Из-за неблагоприятной эпидемиологической обстановки большинство занятий 2019–2020 учебного года в СУНЦ МГУ прошли в дистанционном режиме. Такая большая продолжительность «дистанта» позволила перейти от аврального режима работы в стиле «рассказать хоть что-то» к процессу обучения, который, если и нельзя назвать нормальным, но поддающийся планированию и управлению. Длительность удаленного процесса и его применение не только в процессе подачи материала, но и в процессе контроля (промежуточного и итогового) позволили накопить достаточно большой опыт, который, по мнению авторов, весьма полезен, несмотря на скепсис по отношению к эффективности дистанционного обучения. Целью настоящего доклада и является обсуждение некоторых выводов, к которым пришли авторы во время в дистанционном формате.

Как мы помним, через некоторое время после перевода на «дистант» возникло движение, прежде всего, родителей, призывающее его полностью отменить и вернуть учащихся в стены учебных заведений. Так как дистанционная форма, по их мнению, совершенно неэффективна для передачи знаний. Не оспаривая, того факта, что, на текущий момент, у «дистанта» есть много недостатков (не все из которых присущи, кстати, ему, как способу организации образовательной деятельности; некоторые, скорее, являются недостатками социальными), мы все-таки имеем ту точку зрения, что этот опыт, как минимум, отчасти позитивен и прогрессивен. Нам кажется, что после окончания пандемии было бы полезно организовать в форме конференций и круглых столов обсуждение наработок в области организации обучения в дистанционном формате. Это помогло бы зафиксировать положительные и отрицательные стороны такой формы обучения, проанализировать ее применимость и ограничения: по возрасту учащихся, предметам и видам деятельности. А также сформировать некоторые общие запросы на изменения жизненного пространства для того, чтобы в будущем такой формат приносил бы более качественный результат. Настоящая статья не претендует на широкие обобщения и является лишь попыткой суммировать накопленный в дистанционном формате опыт обучения некоторых 10-х и 11-х классов СУНЦ МГУ.

Так как возраст наших учащихся примерно одинаков и таков, что в нем человек уже вполне готов к самостоятельной деятельности, то мы предполагаем, что дистанционный формат здесь более эффективен, чем для случая учащихся средней и, тем более, начальной школы. Поэтому наши выводы могут быть более оптимистическими, чем «в среднем по больнице». Тем не менее, перейдя на «дистант» даже в выпускных классах, мы столкнулись с рядом трудностей различной природы. Верхнеуровнево, их можно разделить на следующие категории.

Трудности социально-общественного характера. Это, конечно, скученность и необходимость одновременной работы учебы всех членов семей, зачастую достаточно больших. Не у всех родителей была возможность организовать отдельные рабочие пространства для каждого ребенка. По понятным причинам особенно тяжело это было сделать семьям с маленькими детьми.

Доходы родителей зачатую не позволяли обеспечить всех детей равноценными устройствами для дистанционных занятий, кому-то приходилось долгое время работать с устройств с маленькими экранами, что еще более усиливало и без того возросшую нагрузку на зрительный аппарат учащихся.

Технические трудности. Это всевозможные сетевые проблемы, проблемы онлайн платформ для организации занятий и т.п. Большинство вендоров достаточно оперативно увеличили мощности своих онлайн сервисов, появилось много новых возможностей, зачастую, бесплатных. Но проблемы физической пропускной способности сетей и неустойчивости соединений в разных регионах возникали постоянно и решить их гораздо сложнее, так как они требуют гораздо больше сил и средств для решения. Отдельно отметим здесь, возможно, специфическую для СУНЦ проблему часовых поясов – занятия начинались по московскому времени и для некоторых наших учеников, живущих сильно восточнее, это было уже время близко к ужину.

Проблемы обратной связи и контроля. Спецификой дистанционного формата является трудность контакта с аудиторией. Даже при включенных камерах (что часто перегружает канал связи) гораздо сложнее оценить, насколько учащиеся понимают материал. И практически невозможно быстро посмотреть записи каждого и указать на ошибки.

Отдельно надо отметить организацию контрольных работ и экзаменов. К сожалению, нами пока не найдено удовлетворительного решения задачи контроля учащихся во время проверочных работ. Различные системы проктеринга требуют двух устройств и довольно большого количества наблюдающих, создание индивидуальных вариантов для каждого проверяемого по трудоемкости порой превышает имеющиеся возможности.

После всего вышесказанного может создаться впечатление, что дистанционная форма должна применяться только вынуждено, и при первой возможности от нее необходимо отказываться. Признавая все трудности, мы, тем не менее, хотели бы отметить и те позитивные моменты, которые возникли во время «дистанта»

Вычислительно-экспериментальное сопровождение занятий. Как известно, нужда – лучший учитель, и если до пандемии возможности компьютерных средств в учебном процессе мы использовали ограниченно, то в дистанционном формате системы визуализации заняли центральное место в подаче материала.

Со стороны учителя их естественно использовать для иллюстрации, а со стороны учеников – для выполнения заданий и постановки математических экспериментов и проверки гипотез. В полном согласии с утверждением В.И. Арнольда, что «математика – наука экспериментальная». Например, в теме «Преобразования графиков функции» учащиеся могут строить и проверять правильность выписанных цепочек преобразований, в темах, связанных с производной изучать эволюции касательных т.д. Безусловно, все это можно было делать и раньше, но систематической и постоянной такая работа стала только тогда, когда возникла необходимость.

Накопление контента. Потребность в постоянных демонстрациях привела к появлению значительного количества образовательного контента, на публикацию которого в других условиях всегда не хватало времени. При некотором количестве усилий этот контент может быть преобразован в высококачественные интерактивные курсы для следующих поколений учащихся.

Расширение охвата. Если справедлива поговорка, что любая проблема есть скрытая возможность, то проведение занятий без привязки к месту позволяет вовлечь в них гораздо большее количество участников и реализовать различные формы дополнительного образования.

«Дистант» – не панацея, но и не бедствие, на наш взгляд. Любому виду деятельности присущи как достоинства, так и недостатки. Сообразно с ними и нужно эту деятельность организовывать. Пандемия весьма продолжительна и сама по себе дает возможность выработать лучшие практики дистанционной организации учебного процесса. И вряд ли стоит их забывать, когда она закончится.

Обсуждение проблем и перспектив цивилизации на уроках химии

Загорский Вячеслав Викторович

к.х.н., д.п.н., профессор кафедры химии СУНЦ МГУ

На уроках химии мы знакомим школьников со свойствами и применением различных веществ. При этом нередко обсуждение конкретных случаев позволяет перейти к серьезным глобальным проблемам.

Например, в теме «кремний» рассматривается устройство солнечных батарей – таких, казалось бы, перспективных и экологичных источников энергии. Солнечные батареи успешно работают не только в космосе, на их основе сейчас доступны автономные электростанции для дачи и летнего лагеря. Вот он, возобновляемый источник энергии – радость экологов без «углеродного следа».

Но приходится рассказать и о том, что солнечные панели на всех крышах не спасут цивилизацию. Само производство солнечных батарей не только экологически грязное, но и энергетически невыгодное. Существует критерий энергетической рентабельности – **EROI** – energy return on investment. Этот коэффициент составляет для гидроэлектростанций 100, для сжигания нефти и газа 30 (во столько раз выход энергии превышает ее затраты). Но для солнечных батарей он меньше 2, а с учетом затрат на обязательные буферные аккумуляторы EROI солнечной электростанции становится меньше 1, т. е. этот «зеленый» источник энергии просто энергетически убыточен. Такие проблемы нужно учитывать при переходе от дачного участка к промышленному энергоснабжению. А есть еще и нерешенная проблема утилизации отработавших солнечных электростанций. Аналогичные проблемы всплывают при масштабировании другого популярного возобновляемого источника энергии – ветрогенераторов.

Данный пример показывает, что наших умных школьников нужно уже сейчас приучить мыслить масштабно, не забывая о переходе количества в качество.

Аналогичные примеры возникают при рассмотрении тем «аккумуляторы и электромобили», «водородная энергетика». Широко рекламируемые пути решения экологических проблем при серьезном анализе оказываются ведущими в «зеленые тупики». Такой подход в преподавании важен для наших умных школьников, чтобы они не оказались в позиции малограмотной шведки Греты и смогли найти в будущем способы решения глобальных проблем цивилизации.

Гибридное обучение: характерные черты и особенности

Иванова Наталья Алексеевна

ассистент кафедры информатики СУНЦ МГУ

Фалина Ирина Николаевна

к. пед.-н., научный сотрудник НТО СУНЦ МГУ

Начиная с 2020 года, с появлением коронавируса COVID-2019, системы образования во всем мире столкнулись с проблемами организации образования в условиях пандемии. Внезапный переход к дистанционной форме обучения вскрыл многочисленные проблемы: недостаточное техническое оснащение, неготовность учителей и учащихся к новым условиям обучения, практически полное отсутствие хорошо разработанных методик и методический материалов для дистанционного формата обучения на федеральном уровне [1]. Кроме того, согласно материалам исследовани, приведённых в Forbes Education [2], 84% учителей, 73% детей, а также 68% их родителей испытывали стресс от онлайн обучения во время карантина.

Переход к дистанционному формату не только высветил существующие проблемы, но и продемонстрировал перспективы и возможности для развития и совершенствования отечественной системы образования. Ситуация с пандемией во всём мире показала, в частности, необходимость разработки и внедрения в школы новых форм обучения. Одной из таких форм может стать *гибридное обучение*. В литературе термин гибридное обучение обычно рассматривается как синоним смешанного. Однако мы предлагаем ввести следующее определение:

Гибридное обучение – форма обучения, состоящая из двух фаз (очной и дистанционной), переход между которыми вызывается внешними факторами и не зависит от преподавателя. Основная функция такой формы обучения заключается в сохранении достигнутого уровня обучения и мотивации учащихся при переходе с одной фазы на другую [3].

Успешное внедрение гибридного обучения предполагает, что учителю будут предоставлены «инструменты», позволяющие динамически перестраивать курс при незапланированных переходах с очной фазы обучения на дистанционную и обратно, чтобы максимально использовать преимущества соответствующих форм обучения и эффективно организовывать учебный процесс.

Если рассматривать очную фазу гибридного обучения, то здесь практически не возникает новых проблем:

- описанная ещё в XVII веке великим чешским педагогом Я.А. Коменским классно-урочная система остаётся актуальной и по сей день [4];
- методические материалы по каждому предмету хорошо проработаны;
- форма обучения, соответствующая этой фазе, «привычна» и понятна учителям.

После возвращения с дистанционной фазы обучения на очную многие учителя отметили, что у детей снизилась способность к обучению и упал уровень знаний. Всё это легко объяснить, ведь во время дистанционной фазы обучения у учителя не было возможности обратиться к каждому ученику и проверить усвоение материала, учителям приходилось «на ходу» осваивать новые технологии, а ученики чаще, чем в школе, отвлекались на гаджеты и чувствовали себя более расслабленно, чем в школе.

В связи с этим возникает вопрос, как должна быть организована дистанционная фаза при гибридном обучении. Здесь следует учитывать, что внезапный переход к дистанционной форме обучения имеет существенные отличия от правильно спланированного дистанционного курса в системе дополнительного образования. С нашей точки зрения гибридное обучение должно обладать следующими характерными чертами и особенностями:

1) обучение в обеих фазах идёт на основе одного и того же учебного курса (речи о разработке двух курсов нет);
2) система задач для дистанционной фазы строится на основе системы задач для очной фазы;
3) задача учителя в дистанционной фазе – сохранить класс как единый ученический коллектив – достигается, в том числе, и за счёт специально разработанной системы учебных задач;
4) система задач должна обладать свойством *проверяемости на плагиат*;
5) в системе задач должны быть задачи для выполнения в группах;
6) количество задач для дистанционной фазы, скорее всего, должно уменьшаться по сравнению с очной фазой, чтобы избежать перегруженности как учителей, так и учащихся;
7) методика использования гибридного обучения нацелена на поддержание внутренней мотивации учащихся;
8) методика использования обеих фаз гибридного обучения должна учитывать, что итоговый контроль возможно будет проходить в дистанционной форме;
9) делается акцент на организацию оперативной *обратной связи* не только между учителем и учениками, но и между учащимися одного класса.

В заключение хотелось бы отметить, что кризис в системе образования, возникший во время пандемии, стал мотиватором пересмотра форм обучения, учебных и методических материалов, подготовки учителей. В связи с этим гибридное обучение может стать новой актуальной формой обучения, позволяющей учителю успешно организовывать свою педагогическую практику как в очном, так и в дистанционном формате обучения.

Литература

1. ФИРО РАНХиГС. Как влияет сейчас и повлияет в перспективе перевод образовательного процесса в дистанционный режим на образовательные результаты [Электронный ресурс] // URL: https://firo.ranepa.ru/novosti/105-monitoring-obrazovaniya-na-karantine/803-tarasova-ekspertiza.

2. Forbes Education. Между первой и второй: онлайн-образование на волне пандемии [Электронный ресурс] // URL: https://education.forbes.ru/authors/online-education-vs-covid.

3. Фалина, И.Н., Иванова Н.А. Критерии отбора задач при гибридном обучении на примере курса информатики в классах естественно-научного профиля // Профильное образование и специализированное обучение: современные подходы, модели и практики: сб. материалов Всеросс. науч. метод. конф., 2020, с. 46–49.

4. Коменский Я.А. Великая дидактика: монография. Б.м.: б.и., 1875. – 309 с.

Принципы реконструкции системы задач для гибридного обучения на примере курса информатики старшей школы

Иванова Наталья Алексеевна

ассистент кафедры информатики СУНЦ МГУ

Фалина Ирина Николаевна

к. пед.-н., научный сотрудник НТО СУНЦ МГУ

Гибридное обучение, в отличие от смешанного, характеризуется внезапным не зависящим от человека переходом на дистанционный формат обучения. При этом во время очных занятий сохраняется традиционная классно-урочная система, проводятся лекции и семинары, а при дистанционных занятиях специальная организация условий обучения и проработка методических материалов позволяет освоить учебную программу в полном объёме.

Возникает вопрос, как реализовать переход от одной фазы к другой без необходимости в разработке двух курсов: для каждой фазы – свой курс? Надо понимать, что при *изменении формы обучения* содержание курса остается одним и тем же, но изменяются, как минимум, четыре составляющие: форма подачи теоретического материала, система задач, способы оценивания выполнения задания и способы контроля.

Сформулированный выше вопрос сузим (конкретизируем) следующим образом: Как *оперативно* реконструировать систему задач действующего очного курса для ее использования в дистанционной фазе гибридного обучения?

«В зависимости от целей, мотивов и планируемых результатов обучения роль и функции учебной задачи варьируются, так как, будучи связанными со всеми компонентами дидактической системы, они могут являться и целью, и средством, и формой в ходе выполнения учебно-познавательной деятельности» [1]. При переходе от очной фазы к дистанционной при гибридном обучении повышается значимость таких целей обучения как развитие самообучения учащихся, способность самостоятельной организации своего учебного времени, способность анализировать информацию, умение работать в команде. В очной фазе эти умения, как правило, контролируются учителем. В дистанционной фазе –при разрыве обратной связи – формирование и закрепление этих умений становится дополнительной функцией учебной задачи.

Решение рассматриваемой проблемы возможно через «разметку» задач. Под разметкой задач мы понимаем следующее: каждому заданию из системы задач действующего очного курса ставится в соответствие некий индекс, совокупно отражающий такие характеристики задачи как учебная цель, способ описания задания, уровень сложности задачи, степень участия творческой активности, необходимость переформулировки условия задачи и некоторые другие параметры.

Наличие индекса разметки задачи покажет, можно ли будет использовать задачу в своем первоначальном виде или потребуется изменение формулировки, и, если изменение формулировки требуется, то, какого именно характера. Д. Пойя [2] отмечал, что при сохранении сути задачи, ее переформулировка может перевести задачу в другой класс.

Таким образом, «разметка» задачи приводит нас к необходимости построения классификации системы учебных задач по основанию «возможности использования в дистанционном формате с определенным уровнем изменения условия задачи». На сегодняшнем уровне исследования этой проблемы мы можем выделить следующие значения индекса разметки:

0 – задачу не использовать в дистанционной фазе;

1 – задачу использовать в дистанционной фазе без изменения условия;

2 – задачу объединить в одну с подобными;

3 – изменить структурную сложность задачи.

В качестве критериев для типологии учебных задач могут рассматриваться специальные исследования по их систематизации и упорядочению – *таксономии,* способствующие конкретизации целей процесса по-знания. Над созданием таксономий трудился ряд выдающихся отечественных и зарубежных ученых, в т.ч. Б. Балл, М.Е. Бершадский, Б. Блюм, В.В. Гузеев, П.Я. Гальперин, М.В. Кларин, В.Г. Королева, В.И. Ляудис, А.К. Маркова, О.Е. Тесленко, Д. Толлингерова и многие другие. Предложенные ими схемы представляют собой иерархический порядок целей обучения, определяемый степенью их сложности (знание, понимание, применение, анализ, синтез, оценка), а также отражают как уровни владения информацией, так и интеллектуальные операции, с помощью которых осуществляется перенос образовательной информации в систему когнитивных структур.

Несмотря на это противоречие, исследование имеющихся научных трудов позволило нам обнаружить достаточно широкий спектр классификаций задач по самым различным основаниям. Однако вопрос исследования имеющихся систематик освещен гораздо меньше. *Систематика* (от греч. systematikos – упорядоченный, относящийся к системе) – описание и изучение всех существующих организмов, а также их классификация по таксонам (группировкам). В контексте тематики учебных задач картину их классификаций, обобщенную в целостную систему, предлагают Г.Д. Бухарова [1], И.А. Дельцова [2, с. 42], Т.П. Лапыко [4], С.Н. Скабрич [9, с. 180], М.В. Шингарева [12], Е.И. Кулешова [3, с. 56] и некоторые другие.

С этой целью мы проанализировали достаточно широкий спектр предлагаемых классификаций, их важнейшие принципы и основания. Нами было выделено шесть групп.

1. Группа учебных задач «По целям в процессе обучения» (Ю.К. Бабанский, О.Б. Епишева, А.Ф. Эсаулов).

2. Группа учебных задач «По языку предоставления условий» Ко второй группе мы отнесли учебные задач, определяемые способом предоставления условий на основании языка предъявления в них исходной информации, который является своего рода словесной оболочкой учебной задачи. Не будет ошибкой, если мы скажем, что текстовые учебные задачи (О.В. Оноприенко) получили наибольшее применение в учебном процессе и актуальны фактически для всех дисциплин, формируя у учащегося, прежде всего, умение анализировать текст, правильно определять известное и неизвестное, выстраивать взаимоотношения между этими объектами. Исходные данные, в зависимости от «характера предоставления условия» (А.В. Усова), могут иметь также вид чертежа или рисунка и способствуют формированию функционального мышления учащегося, развивая в нем аккуратность и точность, а также образный компонент его мыслительной деятельности. Также «языком представления информации» (Л.М. Фридман) могут являться графики или знаки/символы. Решение таких задач чаще всего имеет форму, аналогичную данным в условии – схемы или чертежа. Наиболее актуальны эти задачи в условиях изучения точных наук, о чем и свидетельствует информация о сфере их применения самих составителей.

3. Группа учебных задач «По полноте предоставления условий».

4. Группа учебных задач «По уровню участия творческой активности».

5. Группа учебных задач «По форме предъявления результата (теоретических знаний)».

6. Группа учебных задач «По характеру требований к выполнению учебной деятельности».

Литература

1. Федорова, И.Р. К вопросу о систематике учебных задач // Современные проблемы науки и образования. – 2015. – № 1–1.
2. Пойя, Д. Как решать задачу. Москва, Учпедгиз, 1959.

Особенности организации городских научно-практических предпрофессиональных конференций

Колясников Олег Владимирович
старший преподаватель кафедры химии СУНЦ МГУ

В последние годы в г. Москве создана система научно-практических конференций в рамках системы проектов предпрофессионального образования. Основные конференции в данной системе – это «Курчатовский проект – от знаний к практике, от практики к результату», «Старт в медицину», «Наука для жизни», «Инженеры будущего» [1, 2]. Конференции традиционно проходят в апреле на базе московских вузов, научно-исследовательских организаций и общеобразовательных школ. Суммарное количество участников конференций из числа школьников и учителей достигает 10 тысяч.

На конференции можно заявить учебные исследования и проекты, выполненные как индивидуально, так и группой авторов, которые, в свою очередь могут относиться к любым возрастам с 1 по 11 класс в зависимости от конференции; отдельно заявляются участники учительских секций. Для обеспечения рассмотрения заявок создана единая электронная система, доступ в которую для авторов работ, экспертов и администраторов осуществляется через личные кабинеты. Заявки тщательно анализируются на заочном этапе экспертными комиссиями, состоящими в основном из сотрудников вузов и научно-исследовательских организаций. Специфика последнего времени для работ по химии и биологии состоит в том, что на уровне Положения конференций прописана нежелательность работ, в которых авторы лично выполняют эксперименты, потенциально опасные для жизни и здоровья, а также противоречащие биоэтическим нормам. На заключительном этапе работы представляются как в форме устного выступления, так и стендового доклада. Поддержку в сопровождении представления работ оказывают школьные проектные офисы, созданные в рамках проектов предпрофессионального образования.

Оценка работ на конференциях происходит по критериям, сформулированным в оценочных листах, что позволяет в какой-то степени нивелировать разнородность групп экспертов, а также уменьшить влияние потенциального конфликта интересов. Значительную роль в оценке работ играет корректность представления работы и ответы докладчика на вопросы экспертов. Победители и призёры конференций могут претендовать на дополнительные баллы для поступления в московские вузы в рамках учета индивидуальных достижений. Также активное участие школьников в конференциях учитывается как для их руководителей из числа школьных учителей в ходе переаттестации, так и для рейтинговой оценки общеобразовательных организаций в рамках проектов предпрофессионального образования. Работы победителей и призеров конференций впоследствии публикуются в специальных разделах портала предпрофессионального образования и в системе «Московская электронная школа».

В целом система научно-практических конференций выполняет задачу выявления и поддержки талантливых школьников. Средний уровень работ, представляемых на конференциях, с каждым годом возрастает, их разнообразие увеличивается. В массовой школе участие в научно-практических конференциях является стимулом к развитию для мотивированных и работоспособных учащихся.

Литература

1. Научно-практические конференции [Электронный ресурс] URL: https://conf.profil.mos.ru/ (дата обращения 15.04.2022).

2. Колясников, О.В., Морозова С.М. Научно-практическая конференция Старт в медицину // Химия в школе. – 2017. – № 7. – С. 59–61.

Исследование корреляции между теоретическими знаниями школьников и их применением на экспериментальном туре проектной химической олимпиады

Красильников Максим Сергеевич
старший лаборант кафедры химии СУНЦ МГУ

Терляков Станислав Юрьевич
студент 2-го курса ФБМФ МФТИ

Мещеряков Николай Вадимович
старший лаборант кафедры химии СУНЦ МГУ

Старых Сергей Алексеевич
студент 5-го курса химического факультета МГУ

С каждым годом олимпиадное движение приобретает всё большую популярность среди школьников. Задачи становятся сложнее, количество разнообразных уровневых и внеуровневых олимпиад увеличивается, а помимо материальных призов, школьники имеют возможность получить льготы, вплоть до поступления без вступительных экзаменов в ведущие вузы страны. Однако большинство из имеющихся перечневых олимпиад нацелены на проверку только теоретических знаний школьников. Практическая часть либо совсем отсутствует, либо представлена в виде подготовки реферата по определённой теме и не имеет высокой значимости в балльно-рейтинговом зачёте. Таким образом, ученики заканчивают обучение в школе с огромным багажом «бумажной химии» и часто не имеют представления, как она реализуется на практике. В Проектной химической олимпиаде мы создали для школьников возможность продемонстрировать и улучшить не только свои теоретические, но и практические знания.

Цель работы: исследовать возможность применения школьниками теоретических знаний для планирования и реализации практических задач.

В соответствии с данной целью были поставлены следующие задачи.

1. Проверка практических навыков школьников, обладающих хорошей теоретической базой.
2. Подготовка учащихся к работе в реальной химической лаборатории с реальными химическими задачами.
3. Популяризация практических занятий в школьном образовании.

Теоретическая химия, какой бы красивой она ни была, часто сильно оторвана от реальности. Для решения высокоуровневых олимпиадных задач школьники всё больше углубляются в теоретическую химию, запоминают свойства множества экзотических соединений и механизмы сложнейших реакций. На практике же учащиеся оказываются неспособны сделать простейший качественный анализ минерала или несложную органическую реакцию. Помимо этого, даже самостоятельная подготовка к выполнению поставленной практической задачи и анализ литературы вызывают сложности.

Проектная химическая олимпиада призвана решить эту проблему. Она состоит из трех туров: двух отборочных теоретических и одного практического – заключительного. Во время теоретических туров отбираются учащиеся, имеющие значительные теоретические знания, однако основой олимпиады является именно практический тур, состоящий из двух этапов. На первом этапе школьники самостоятельно анализируют литературу по полученной теме, прорабатывают последовательность действий, учатся находить необходимую информацию и правильно планировать практическую работу, после чего представляют результаты членам жюри. Жюри олимпиады контролирует адекватность запланированного участником синтеза / анализа, правит недочёты и помогает лучше разобраться в теме.

На финальном практическом туре олимпиады участники под надзором организаторов проводят практическую работу, используя только свои материалы и методики, которые защищали перед членами жюри. Таким образом, школьники не просто выполняют данную им последовательность действий, а вдумчиво осуществляют поставленные перед ними задачи. Наш проектный тур гораздо продолжительнее и масштабнее тех, которые имеются у других олимпиад или проводится в рамках школьного обучения, что предоставляет возможность участникам выполнить полный органический / неорганический синтез, состоящий из нескольких стадий, или провести химический анализ вещества (в зависимости от класса, темы). Таким образом школьники знакомятся с работой в лаборатории и ощущают на себе все особенности химической профессии.

Влияние «дистанта» на проведение школьных исследовательских работ

Курчашова Светлана Юрьевна

ассистент кафедры биологии СУНЦ МГУ, научный сотрудник НИИ ФХБ им. А.Н. Белозерского

Гасанова Татьяна Владимировна

старший научный сотрудник кафедры вирусологии биологического факультета МГУ

Проблема осознанного выбора старшеклассниками, даже в специализированных профильных учебных заведениях, будущей профессии остается актуальной и в наше время. Это связано не только с психоэмоциональными особенностями подросткового возраста учащихся, но и с неполным представлением выбираемого направления (области) науки как профессии. Путей решения этой проблемы достаточно много.

Одним из таких решений для учащихся кафедры биологии СУНЦ МГУ является регулярное посещение семинаров, научных клубов, проводимых на биологическом факультете МГУ, как для студентов и аспирантов, так и для интересующихся старшеклассников, обладающих хорошими знаниями не только в рамках школьного курса. Преимуществами данного подхода являются: интерактивная подача актуального научного материала; возможность погружения старшеклассника в атмосферу научных дискуссий; выработка научного подхода, основанного на непосредственном контакте со специалистами узкого профиля; знакомство с тематиками той или иной кафедры биологического факультета МГУ; взаимодействие со студентами первых курсов для лучшего понимания структуры учебного процесса университета, в отличие от школьного подхода к занятиям; в рамках рабочих семинаров внедрение практической части для знакомства и освоения современных молекулярно-биологических, генетических и других лабораторных методик; возможное привлечение зарубежных коллег к проведению научных семинаров в рамках грантов лабораторий университета; создание собственного мнения у ученика СУНЦ МГУ о комфортности и перспективах работы с известными учеными в своей области; понимание перспективы внедрения и возникновения новых направлений в науке.

В условиях пандемии возможна работа с русскоязычными и англоязычными источниками литературы в поисковой системе Яндекс и Гугл как на русском, так и на английском языках, а также анализ доступных по лицензиям в МГУ публикаций в PubMed. Использование образовательных платформ, таких как Zoom и разработанной в МГУ BlueButton позволяет проводить научные дискуссии.

Таким образом, преимущество старшеклассников кафедры биологии СУНЦ МГУ, посещающих интерактивные семинары, перед обычными учениками школ состоит еще и в том, что поступая в Московский Государственный университет имени М.В. Ломоносова, такой первокурсник не тратит учебное время на анализ перспектив и недостатков при выборе научного направления и профориентации, что позволяет сосредоточиться непосредственно на выполнении своей будущей дипломной работы.

Особенности изучения теории вероятностей в СУНЦ МГУ

Лещенко Сергей Сергеевич

ассистент кафедры математики СУНЦ МГУ

Савёлов Максим Павлович

ст. преподаватель кафедры математики СУНЦ

В докладе будут рассмотрены наиболее распространенные ошибки, которые учащиеся СУНЦ МГУ допускают при решении задач по теории вероятностей. Будет представлена классификация ошибок.

Особое внимание уделено следующим распространенным типам ошибок:

1) ошибкам в комбинаторных подсчетах, связанным с недостаточным знанием основ комбинаторики или использованием моделей, которые не удовлетворяют условию задачи;
2) ошибкам, связанным с неправильным построением вероятностного пространства (например, при нахождении вероятности выпадения орла в задаче о подбрасывании двух монет);
3) ошибкам, связанным с путаницей в определении условной вероятности, а также независимости событий и случайных величин.

Кроме того, в докладе приведены примеры верных и неверных решений задач и подробный разбор ошибок, допущенных в решении.

Приведем один из примеров, разобранных в докладе. Рассматривается следующая задача: «В урне три белых и два черных шара. Последовательно, без возвращения вынимается три шара. Определить вероятность появления следующей комбинации шаров: белый, белый, черный.» Ученики предлагают следующее решение: «Пусть A_1, A_2, A_3 – события, состоящие в появлении белого шара при первом, втором и третьем извлечении шаров соответственно. Требуется найти вероятность события $P(A_1 \cap A_2 \cap \overline{A_3})$. Поскольку события A_1, A_2 и $\overline{A_3}$ независимы, то $P(A_1 \cap A_2 \cap \overline{A_3}) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(\overline{A_3}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$.» Ошибка состоит в том, что события A_1, A_2, $\overline{A_3}$ зависимы. В решении учеников используется не независимость, а формула умножения для условных вероятностей: $P(A_1 \cap A_2 \cap \overline{A_3}) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(\overline{A_3}|A_1 \cap A_2) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$.

Материалом для данного доклада послужили контрольные работы школьников 10–11 классов СУНЦ МГУ по математическому практикуму.

Литература

1. Лютикас, В.С., Школьнику о теории вероятностей. М.: Просвещение, 1983, 127 с.

2. Тарасов, Л.В., Закономерности окружающего мира. В 3 кн. Кн. 1. Случайность, необходимость, вероятность. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004, 384 с.

Об ошибках в геометрических доказательствах

Лещенко Сергей Сергеевич

ассистент кафедры математики СУНЦ МГУ

Савёлов Максим Павлович

ст. преподаватель кафедры математики СУНЦ МГУ

В докладе разбираются софизмы, предлагавшиеся школьникам СУНЦ МГУ на уроках геометрии. В планиметрии особое внимание уделяется софизмам «Все треугольники равносторонние» (см. [1, пример 58], [2, пример 6], [3, пример 8], [4, с. 16-19]) и «Прямой угол равен тупому» (см. [1, пример 60], [2, пример 7], [3, пример 9]). В стереометрии рассматривается софизм «Длина единичной окружности равна 4» (см. [1, пример 58], [2, пример 15], [3, пример 24]), а также парадокс бесконечной воронки (см. [1, пример 58], [3, пример 25]).

Ценность первых двух софизмов состоит в том, что при их анализе школьники учатся рассматривать все возможные случаи при решении геометрических задач. Кроме того, иллюстрируется важность правильного построения чертежа. Отметим также, что при обсуждении первого софизма подчеркивается тот факт, что точка пересечения биссектрисы угла треугольника и серединного перпендикуляра к противоположной стороне лежит на описанной около треугольника окружности.

Третий и четвертый софизмы очень важны, поскольку при их детальном изучении у школьников возникает естественный вопрос: как же всё-таки определить площадь поверхности и объем геометрического тела? Это помогает глубже осознать данные понятия впоследствии.

По опыту занятий, проведенных со школьниками, авторы доклада пришли к выводу, что анализ софизмов является хорошим инструментом для проведения уроков, поскольку способствует формированию критического мышления и заинтересованности в изучаемом предмете.

Литература

1. Брадис, В.М., Минковский В.Л., Харчева А.К. Ошибки в математических рассуждениях. М.: Просвещение, 1967, 191 с.
2. Дубнов, Я.С. Ошибки в геометрических доказательствах. М.: Физматгиз, 1961, 70 с.
3. Львовский, С.М. Что не так? Математические парадоксы и софизмы. М.: МЦНМО, 2019, 56 с.
4. Шень, А.Х. О «математической строгости» и школьном курсе математики. М.: МЦНМО, 2006, 72 с.

Особенности курса алгебры и начал математического анализа для биологического потока СУНЦ МГУ

Лещенко Сергей Сергеевич

ассистент кафедры математики СУНЦ МГУ, Москва, Россия

Нараленкова Ирина Игоревна

к. ф.-м. н., доцент кафедры математикиСУНЦ МГУ, Москва, Россия

При обучении алгебре и математическому анализу в биологических классах СУНЦ МГУ приходится сталкиваться с необходимостью не только пройти стандартные для специализированной школы разделы курса и подготовить учащихся к сдаче государственного экзамена, но, прежде всего, выработать у учащихся навыки самостоятельного исследования и применения полученных знаний в дальнейшей исследовательской работе.

Курс алгебры и начал математического анализа для двухгодичного биологического класса СУНЦ МГУ включает следующие темы:

Принцип математической индукции. Последовательности. Предел и непрерывность функций. Производная. Интеграл. Комбинаторика. Теория вероятностей. Методы решений уравнений, неравенств, систем. Тригонометрия. Решение задач с параметрами.

Методы решения уравнений, неравенств и систем, изучаемые в курсе, нацелены на формирование точных рассуждений у учащихся и позволяют выработать у них навыки решения основных типов задач Государственного экзамена.

Стоит отдельно отметить, что при изучении производной и интеграла помимо геометрического и физического смысла, рассматривается биологическая интерпретация данных понятий: производной как скорости размножения популяции, интеграла как размера популяции (в случае неопределенного интеграла) и как прироста численности популяции (в случае определенного интеграла). Таким образом, понятия производной и интеграла приобретают биологический смысл.

Знания комбинаторики и теории вероятностей необходимы для понимания и дальнейшего применения статистики и анализа медико-биологических данных. Поэтому особое внимание уделяется темам «Основные комбинаторные объекты» и «Условная вероятность».

Опыт нескольких лет преподавания показал, что изучение алгебры и начал анализа по этой программе позволяет пройти весь необходимый материал, повторить основные важные темы за курс средней школы, подготовить учащихся к сдаче государственного экзамена, а также дает им возможности для дальнейшего творческого роста.

Литература

1. Андреев, Н.Н., Коновалов С.П., Панюнин Н.М. Математическая составляющая. М.: Фонд «Математические этюды», 2019, 367 с.

2. Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко П.И. Задачи по математике. Начала анализа. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008, 284 с

3. Вавилов, В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко П.И. Задачи по математике. Алгебра. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007, 456 с

4. Вавилов, В.В., Бахтина В.А. Специальные курсы по математике. М.: Изд-во Факториал, 1996, 66 с.

5. Лютикас, В.С. Школьнику о теории вероятностей. М.: Просвещение, 1983, 127 с.

6. Плюснина, Т.Ю., Фурсова П.В., Тёрлова Л.Д., Ризниченко Г.Ю. Математические модели в биологии. М.-Ижевск: НИЦ: «Регулярная и хаотическая динамика», 2021, 174 с.

7. Тарасов, Л.В. Закономерности окружающего мира. В 3 кн. Кн. 1 Случайность, необходимость, вероятность. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004, 384 с.

Химия – будущим врачам. Концепция учебного комплекта. Издательство «Просвещение»

Менделеева Екатерина Александровна

к.х.н., доцент кафедры химии СУНЦ МГУ

Сигеев Александр Сергеевич

к.х.н., старший преподаватель кафедры химии СУНЦ МГУ

Преподавание химии в школе традиционно начинается позже остальных предметов естественнонаучного цикла, что несколько снижает интерес к ней – к 8 классу значительная часть школьников уже определяется с интересами в обучении. Раннее знакомство с химией способствует появлению мотивации к изучению предмета, поэтому все больше школ вводят пропедевтические курсы химии уже в 7 классе или даже раньше – в 5–6 классах. Это позволяет школьникам к началу систематического изучения химии сформировать базовые представления о предмете, освоить начальные экспериментальные навыки и успешно работать в том числе и на углубленном уровне.

В Москве реализуется проект «Медицинский класс в московской школе», в котором принимают участие 97 школ и более 6 тыс. обучающихся [1]. Для методической поддержки этого проекта мы разрабатываем комплект учебных пособий, основанных, в том числе на многолетнем опыте преподавания химии детям 11-14 лет в летней научной школе «Химера» в Пущино, Дубне, Калужской обл. и летней школе МГУ в г. Пьёнтек (Южная Корея) [2, 3], а также в классах биологической направленности.

В рамках данной концепции издано учебное пособие для 7 класса [2], рассчитанное на 36 часов, и готовится к печати учебник для 8 класса на 72 часа. В них широко представлены задания и вопросы, предполагающие работу с различными представлениями данных – таблицами, изображениями, графиками, текстами. Одной из важных особенностей учебника является активная работа с текстами как литературных произведений, так и научных трудов.

Ключевая особенность курса – активное использование межпредметных связей. Прежде всего, поскольку этот комплект создается для медицинских классов – это связи между химией, медициной и биологией. В учебнике дается большое количество дополнительных материалов и задач о химических процессах в биологии.

Важным моментом при изучении естественно-научных дисциплин являются творческие работы, предполагающие самостоятельную работу школьников. В нашем курсе такие работы представлены кейсами, в которых исследование проводится по готовому плану, но, в отличие от лабораторной работы, не предполагает однозначного результата, и исследовательскими работами, в которых школьник сам планирует проведение работы.

Концепция учебного комплекта полностью отвечает требованиям ФГОС, и мы надеемся, что он будет востребован в современной школе.

Литература

1. Портал «Школа большого города» (дата обращения 21.03.2022). – https://school.moscow/projects/pre-professional-classes

2. Загорский, В.В., Менделеева Е.А., Морозова Н.И., Пупышев В.И., Пупышева О.В., Сигеев А.С., Батаева Е.В. План-конспект занятий с младшими школьниками (пособие для учителей). – М.: НПО Алта, 1994.

3. Менделеева Е.А., Сигеев А.С. Начальный курс химии для школьников 4–6 классов в летней школе МГУ в Республике Корея // III Всероссийская конференция учителей химии «Кадровый резерв российской химии. Школьный этап». Ханты-Мансийск 2–7 ноября 2014 г. Ханты-Мансийск, тезисы, с. 51.

4. Менделеева, Е.А., Сигеев А.С. Химия: 7-й класс: учебное пособие для учащихся общеобразовательных организаций: углубленный уровень. Серия «Врачи будущего». 2-е изд., перераб. – М.: Просвещение, 2022.

Дистанционный практикум по неорганической химии для 11 класса СУНЦ МГУ

Морозова Наталья Игоревна

к.х.н., доцент кафедры химии СУНЦ МГУ,
директор Центра дистанционного обучения СУНЦ МГУ

Практикум – важная и неотъемлемая составная часть химического образования. К сожалению, именно эта часть оказалась особенно уязвимой при переходе на дистанционное обучение. Увы, приходится признать, что проведение полноценного химического практикума в дистанционной форме на современном этапе все еще невозможно [1]. Однако как прогресс интернет-технологий, так и наработанный опыт адаптации химического эксперимента к выполнению в домашних условиях в рамках Заочной школы СУНЦ МГУ [2] позволяют говорить о возможности содержательного наполнения практикума в вынужденных обстоятельствах дистанционного обучения.

Разработка дистанционного практикума по неорганической химии для 11 класса [3] была начата в марте 2020 года; в 2021 году его программа была дополнена. Она включает 7 больших разделов: перекристаллизация, водород и кислород, галогены, сера, азот и фосфор, углерод и кремний, металлы. В каждый раздел входят теоретические сведения в форме текстов, видеолекций и презентаций к ним, инструкции по выполнению экспериментов и созданию отчетов по ним, видеоролики химических экспериментов, неосуществимых вне лаборатории, и задания по их обсуждению и критике, проверочные задания тестового типа на узнавание веществ и процессов и основные лабораторные приемы.

Рассмотрим для примера тему «Водород и кислород». Первый и самый объемный из трех ее блоков – получение и свойства водорода. Вначале школьникам предлагается самостоятельно провести эксперимент по получению водорода реакцией металла с кислотой и со щелочью (все вещества доступны в быту: в качестве металла может быть взят алюминий или железо, кислота, как правило, уксусная, роль щелочь играет средство для чистки водопроводных труб). Работа предваряется изучением техники безопасности, а в качестве ее результата учащиеся должны представить отчет о своих действиях и наблюдениях с фотографиями. После беседы о проведенном эксперименте следует ознакомление с методами получения водорода в промышленности и лаборатории и восстановительными свойствами водорода. Для иллюстрации последних выбран видеоролик «Восстановление оксида меди водородом» [4], сочетающий высокое качество съемки и методическую выверенность. Для контраста учащимся предстоит посмотреть несколько других видеороликов и критически их обсудить. Завершается первый блок тестом, в котором необходимо узнать ключевые моменты получения водорода и восстановления им оксида меди, изображенные на фотографиях.

Второй блок посвящен кислороду и его соединениям. Он снова начинается с эксперимента: это получение кислорода разложением пероксида водорода. Затем приводятся теоретические сведения о свойствах пероксида водорода, а также фото и видео экспериментов, их демонстрирующих.

Третий блок посвящен химической посуде. Для домашнего эксперимента школьники пользуются бытовой посудой, по возможности одноразовой, однако изучение практикума предполагает знакомство с лабораторной посудой, специально предназначенной для определенных целей. Например, есть множество видов воронок: воронка Бюхнера, воронка Мюнке, воронка для горячего фильтрования, капельная воронка, делительная воронка, воронка с длинной трубкой, – и все они имеют свои особенности и свое применение. Изучение химической посуды завершается тестом.

Разумеется, не ко всем темам можно подобрать эксперименты, возможные в домашних условиях. Так, в теме «Сера» материал в основном изучается по видеороликам, много внимания уделяется их критическому разбору и грамотному описанию наблюдений. Но все же в эту тему включен эксперимент по перегонке, которая является необходимым этапом очистки разных соединений серы: ее галогенидов, оксохлоридов. В домашнем исполнении принципы перегонки реализуются на опыте по очистке воды (например, газированной или подсоленной) от примесей. В теме «Азот и фосфор» эксперимент построен вокруг удобрений: исследуются их растворимость, поведение при нагревании, среда растворов (при этом происходит повторение и закрепление теоретического материала «Свойства солей аммония, нитратов и фосфатов», «Равновесия в растворах»). Конечно, многие другие соединения азота и фосфора остаются при таком подходе вне поля экспериментальной деятельности, но выбор объекта основан в данном случае не только на бытовой доступности, но и на практической значимости.

В целом разработанная программа обеспечивает достижение главных целей химического практикума в школе: практическая поддержка курса химии для более эффективного его усвоения, овладение основными экспериментальными навыками и приемами, развитие наблюдательности и презентационных навыков. Кроме того, введение таких форм деятельности, как обсуждение и критический анализ медиаконтента, способствует воспитанию самостоятельности мышления.

Однако наиболее любопытно отношение школьников к данному практикуму. В отличие от занятий в лаборатории, где всем предоставляется готовая среда деятельности и не предполагается альтернатив, в нашем случае прослеживается четкая дифференциация контингента на химиков «по духу» и «по названию». Если первые пользуются всеми, пусть небольшими возможностями провести опыты, с удовольствием изыскивают дополнительные реактивы, делают много фотографий, то вторые постоянно отговариваются отсутствием необходимых веществ, аллергией, страхом что-то сделать не так и используют любой шанс заменить реальный эксперимент чем-нибудь другим. Что ж, вовремя осознанное нежелание чем-то заниматься поможет избежать ошибок при дальнейшем выборе профессии.

Литература

1. Миняйлов, В.В., Загорский В.В., Еремина Е.А., Алешин В.А., Кутепова М.М., Лунин В.В. Возможно ли дистанционное обучение в химии? Опыт химического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова // Труды XV Всероссийской научно-методической конференции «Телематика'2010», 21–24 июня 2010 г., С-Петербург.

2. Заочная школа СУНЦ МГУ. – https://internat.msu.ru/distantsionnoe-obuchenie/zaochnaya-shkola-sunts-mgu/

3. Дистанционный практикум по неорганической химии. – https://cdo.internat.msu.ru/course/view.php?id=149

4. Загорский, В.В. Восстановление оксида меди водородом. – https://www.youtube.com/watch?v=miburA7a6t4

Особенности подготовки сильных учащихся к ЕГЭ по химии и дистанционный курс поддержки

Морозова Наталья Игоревна

к. х. н., доцент кафедры химии СУНЦ МГУ

Учащиеся химического и биологического отделений СУНЦ МГУ изучают химию на высоком уровне, многие из них успешно участвуют во всероссийских олимпиадах. Знания и умения, приобретаемые на уроках и спецкурсах, явно избыточны по отношению к Единому государственному экзамену [1]. Тем не менее в 11 классах обязательно проводятся тренинги ЕГЭ по химии и еженедельно – спецкурс по подготовке к ЕГЭ для желающих. С чем связана необходимость такой подготовки и в чем ее специфика?

Во-первых, сильные учащиеся часто склонны пренебрегать оформлением решений. Это имеет простое объяснение: предлагаемые на ЕГЭ задачи решаются «олимпиадниками» практически устно. Однако при проверке учитывается запись всех шагов решения и четкие ответы на все вопросы задания. Недопустимо также написание схем вместо уравнений, предоставление нескольких вариантов решения и т.п. На все это делается акцент в подготовке.

Во-вторых, владея материалом, выходящим за рамки школьной программы, учащиеся плохо ориентируются в том, чего ждут от них составители заданий. Например, использование алюмогидрида лития вместо водорода для восстановления альдегида естественно для практикующего химика, но может озадачить проверяющего и даже привести к оценке ответа как неверного. Разумеется, на апелляции справедливость можно восстановить, но лучше с самого начала дать тот ответ, который подразумевался составителями. Для этого в курсе подготовки обсуждается содержание базового учебника в сравнении с реальной химией.

В-третьих, глубокое изучение химии как науки оставляет за кадром некоторые прикладные аспекты: применение веществ, основные процессы и приемы химической промышленности, охрану окружающей среды и т.п. Эти аспекты также рассматриваются в курсе.

Занятия по подготовке к ЕГЭ проводятся очно или онлайн. Презентации, текстовые материалы, ссылки на видеозаписи выкладываются в соответствующем разделе Центра дистанционного обучения. Там же располагаются многочисленные тесты для самоконтроля, задания типа С (с развернутым ответом), предполагающие ручную проверку, и материалы тренингов. В 2021 году контент был систематизирован и дополнен, и на его основе создан дистанционный курс «Избранные главы химии (подготовка к ЕГЭ)» [2], программа которого и ссылка на канал Youtube с видеолекциями находятся в свободном доступе [3]. Данный курс может быть использован в том числе для самостоятельной подготовки к ЕГЭ по химии.

Литература

1. Демоверсии, спецификации, кодификаторы. // ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений. – URL: http://fipi.ru/ege/demoversii-specifikacii-kodifikatory#!/tab/151883967-4.
2. Избранные главы химии (подготовка к ЕГЭ). // СУНЦ МГУ. Центр дистанционного обучения – URL: https://cdo.internat.msu.ru/course/view.php?id=148.
3. Подготовка к ЕГЭ по химии. // СУНЦ МГУ. Школа им. А.Н. Колмогорова. – URL: https://internat.msu.ru/chemistry/nashi-spetskursy/podgotovka-k-ege-po-himii/.

Задания и тесты по ООП в среде PYTHON для непрофильных (по информатике) классов

Пантуев Андрей Валерьевич

доцент кафедры информатики СУНЦ МГУ

В докладе выделен и описан важный подтип манипулятивных компьютерных заданий школьной математики – задания, порождаемые характеризациями объектов. Приведен ряд примеров, подготовленных в среде геометрического (визуального) учебного моделирования.

В школьном курсе математики понятие характеризации объекта в явном виде отсутствует. Хотя примеров характеризации достаточно, и, в первую очередь, конечно, в геометрии (характеризации параллелограмма через диагонали, правильных многоугольниках и окружности, как фигурах максимальной площади при фиксированной длине границы, и т.п.). В школьной математике многие из них не доказываются, например, характеризация рационального числа как бесконечной периодической или конечной десятичной дроби. Мы обнаружили, изучая сборники учебных моделей, что манипулятивные задания на характеризацию (точнее, связанные с конкретной характеризацией) обладают значительным дидактическим потенциалом. Допустим, пользуясь «принципом манипулятивной визуализации» [1], удалось построить учебную конструктивную модель объекта по данной характеризации. Тогда дидактический эффект возникает при неожиданном узнавании объекта «под руками» – при работе с заданием по модели. Неожиданность и обеспечивается характеризациями, которые связывают, казалось бы, различные математические понятия.

Например, неожиданной является характеризация экспоненциальных распределений через отсутствие памяти. Хотя этот пример немного выходит за рамки школьного курса теории вероятностей, но он показателен для сути таких учебных моделей. В них обнаруживается глубокое единство математики, и приобщение к этому единству, по мнению В.И. Арнольда [2] – главная цель курса математики, и не только школьного.

В алгебре и в началах анализа тоже можно найти примеры характеризаций. Наши модели опираются на понятие производной как касательной, и на хорошо изученные кривые – квадратичную и кубическую параболу, гиперболу и менее известный эллипс. Цель – не столько изучить характеризации формально (как раз об этом мы пока не готовы говорить), но скорее ощутить их идеи в нескольких заданиях.

Математическую основу первой модели можно сформулировать так:

1. Представим себе некую (гладкую, конечно, и т.п.) кривую в I-ой четверти координатной плоскости и произвольную точку А на ней.

2. Абсцисса точки А и начало координат О задают отрезок АО на оси абсцисс.

3. Если касательная к кривой в точке А делит отрезок АО ровно пополам (для всех т. А), то эта кривая – парабола. По В.И. Арнольду [2, стр. 26] Архимед даже связывал 1/n-ую часть ОА и параболу y = x^n.

Вторая модель представляет характеризации параболы и эллипса по фокальным свойствам. Ее оригинальность – в возможности манипулятивно построить кривую из отрезков. И наоборот, можно подобрать положения фокусов, ориентируясь на условия характеризации, заданные визуально.

Каждая модель раскрывается в нескольких заданиях. Все модели доступны по ссылкам на странице автора [3].

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №19-29-14217.

Литература

1. Пантуев, А.В. Синтез заданий и декомпозиция динамической учебной модели // https://istina.msu.ru/publications/article/15048728/

2. Арнольд, В.И. Математическое понимание природы: Очерки удивительных физических явлений и их понимания математиками (с рисунками автора). https://forany.xyz/ax/d1/1/a134/Arnold_V_I_Matematicheskoe_ponimanie_prirody.pdf

3. Пантуев, А.В. Модели для лабораторной работы // https://horohoro.ru/

Манипулятивные лабораторные работы по математическому моделированию характеризаций объекта

Пантуев Андрей Валерьевич

доцент кафедры информатики СУНЦ МГУ

В докладе рассматривается очередной вариант вводных примеров и начальных тестов на трудную для усвоения в непрофильных классах тему «ООП в PYTHON» Приведен ряд опробованных примеров.

Мы уже представляли пример лабораторной работы на графическую игру, посвященную данной теме [1]. Теперь поделимся опытом другого типа, который тоже легко разворачивается в лабораторную на игру, но более простую по технике – «текстовую бродилку по лабиринту». На нее удалось навесить и интерактивное создание дерева игры, для чего как раз ООП прекрасно подходит − громоздкая, но прозрачная по логике конструкция. Но эту работу мы представим только после апробации, которая даст практическую оценку ее приемлемости (по сложности).

Пример 1.

```
# Пример 1 - Наследование, конструктор, экземпляры, 
параметры.
class animal():
    def __init__(self, cry="to eat"):
        self.cry=cry
class fish(animal):
    def __init__(self):
        animal.__init__(self,'to fly')
#    self.cry='to drink'
a=animal()
b=fish()
for z in a,b,animal('to swim'):
    print(type(z),' CRY: ',z.cry)
```

Этот пример, кроме своей прямой цели – подготовки к пониманию развернутого примера 2, еще и служит шаблоном для подготовки тестов. Тесты могут быть как устные (в “Kahoot”), так и письменные.

Пример 2.

```
#  The man is the king of animals (OOP on Python!)
class men():
    def throw_to_water(self,somebody):
        print('BOOOH to water!!!..----->
',somebody.cry_from_water)
    def hello(self,somebody):
       print('I am a '+type(self).__name__+'! Who
are you?. -->',somebody.cry)
class animal():
    cry='TO EAT!!!!'
    def __init__(self):
        self.cry_from_water='bul-bul!!!!...'
class fish(animal):
    def __init__(self):
        animal.__init__(self)
        self.cry='bul-bul!!!!...'
        self.cry_from_water='Thank you! '
class frog(fish):
    def __init__(self):
        fish.__init__(self)
        self.cry='kwaaaa!!!!!'
class pig(animal):
    def __init__(self):
        animal.__init__(self)
        self.cry='hruuuu!!!'
#===== I am a king!!! Hello, go to swim!!! ========
bob=men()
for z in animal(),fish(),frog(),pig():
    print('The next one is... ',type(z).__name__)
    bob.hello(z)
    bob.throw_to_water(z)
```

Этот пример уже может быть использован как основа домашнего задания или лабораторной работы. Учащихся обычно увлекает возможность разворачивания собственного сюжета игры «бродилки». Таким образом, их заготовки и классы могут быть прямо использованы при расширении темы, что позволяет поддерживать интерес даже тех, для кого ООП трудно.

Литература

1. Пантуев А.В. Лабораторная работа по ООП в языке python // https://istina.msu.ru/collections/40571200/

Преподавание теории вероятностей в СУНЦ и содержание задач ЕГЭ по этой теме

Сергеев Игорь Николаевич

д.ф.-м.н., профессор, заведующий каф. математики СУНЦ МГУ

Анализируются формулировки и решения задач по теории вероятностей и математической статистике, которые предлагались последние годы выпускникам школ на Едином государственном экзамене по математике.

Зачастую вероятностные задачи на ЕГЭ оказываются или почти бессодержательными (допускающими решение в одно арифметическое действие), или недостаточно корректными (требующими, к примеру, определить вероятность уже произошедшего события). Некоторые же из них, наоборот, довольно нестандартны или слишком трудны – они требуют тонких вероятностных или комбинаторных рассуждений (например, связанных со специфическим толкованием понятия жеребьёвки, которое всюду используется, но так нигде однозначно и не растолковывается).

Таким образом, становится непонятным, насколько глубоким предполагается знание теории вероятностей учащимися школ для успешной сдачи ими ЕГЭ. Всё перечисленное ставит в тупик многих школьных учителей, готовящих своих подопечных к этому экзамену.

В программе подготовки учащихся СУНЦ теория вероятностей проходится как составная часть курса алгебры. Все указанные тонкости разбираются на уроках подробно и качественно. Изучаются все известные подходы к теории вероятностей: классический (частотный), аксиоматический (наиболее общий) и геометрический (частный случай геометрической меры на вероятностном пространстве).

В итоге выпускники СУНЦ оказываются не только готовыми к любым вероятностным задачам ЕГЭ, но и тонко понимающими все возможные подвохи, связанные с их формулировками. Главное же преимущество наших выпускников перед многими другими состоит в том, что они готовы ещё и к дальнейшему серьёзному изучению теории вероятностей и математической статистики в будущем на любом факультете МГУ, где она проходится основательно и на высоком научном уровне.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 19-29-14192.

О явных математических ошибках в решениях задач, содержащихся в официальной демоверсии ЕГЭ по математике

Сергеев Игорь Николаевич

д. ф.-м. н., профессор, заведующий каф. математики СУНЦ МГУ

Последние несколько лет решения задач, представленные в демоверсиях Единого государственного экзамена по математике и регулярно повторяющиеся, обладают целым рядом недостатков. Они местами нелогичны и нерациональны, а главное, не служат образцами для образованных и продвинутых в математике школьников. Приведём несколько подтверждающих этот тезис примеров

Так, предложенное в демоверсии решение первого пункта стереометрической задачи 14 опирается на теорему, обратную теореме Пифагора, и на сопутствующие ей прямые вычисления. Однако существует чисто логическое доказательство требуемого утверждения – с помощью теоремы о 3-х перпендикулярах и, естественно, не требующее практически никаких вычислений.

Далее, в решении из демоверсии задачи 18, содержащей параметр, подробно разбираются все $5 \cdot 2 = 10$ случаев, в которых окружность переменного радиуса пересекается, касается или не имеет общих точек соответственно с каждой из двух заданных фиксированных окружностей.

Но для решения этой задачи достаточно рассмотреть всего 4 случая, в которых переменная окружность касается хотя бы одной из указанных двух окружностей, а из них выбрать те 2 случая, в которых она не пересекается с другой окружностью.

Наконец, в решении первого пункта задачи 13, опубликованного в официальной демоверсии читаем: «значит, … , откуда … или … , откуда … или …». С точки зрения логики, это означает, что в таком тексте получен не окончательный ответ, а лишь следствие из уравнения, которое формально может содержать и посторонние значения, отличные от его корней. Поэтому все полученные в результате значения неизвестной полагается ещё проверить на предмет их пригодности в качестве корней исходного уравнения. Однако проверки в этом «решении» как раз и нет.

Подводя итог сказанному, заметим, что излишняя формализация заданий ЕГЭ и недостаточная математическая грамотность их решений в демоверсии в целом препятствуют качественной оценке знаний выпускников школ. Сложившийся к настоящему моменту регламент профильного экзамена способствует лишь натаскиванию школьников на конкретный набор задач и методов, на написание для них типичных, причём довольно кустарных, далёких от совершенства решений. Всё это не стимулирует вдумчивого и творческого освоения математики современными выпускниками школ.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 19-29-14192.

Использование информационных технологий при формировании образовательного пространства для старшеклассников

Сергеева Марина Глебовна

д.х.н., зав. кафедрой биологии СУНЦ МГУ

Формирование образовательного пространства является важной задачей современной школы. К образовательному пространству относят всё многообразное окружение ребенка, поскольку всё, с чем он сталкивается влияет на его образование и воспитание. Задача школы и родителей в формировании образовательного пространства с продуманными параметрами и анализ позитивного и негативного влияния на ребенка изменений этих параметров. Такое пространство (его также называют «образовательная среда») охватывает комплекс природных и социальных факторов, влияющих прямо или косвенно, мгновенно или долговременно на деятельность ребенка, т.е. совокупность условий и влияний, влияющих на ребенка, формирующих его мировоззрение. Деятельностный подход подразумевает, что используется в образовательных целях не просто пассивное влияние на ребенка окружения, но и он сам воздействует на окружающий мир и получает отклик на это воздействие, т.е. целый каскад прямых и обратных связей.

На биологическом отделении СУНЦ МГУ создаются различные вариации пространства и анализируются эффективность отдельных параметров. В данном случае проанализированы возможности использования информационных технологий в условиях экспедиции учащихся на Белое море. При использовании компьютерных технологий важно вплетать их в контекст нормального взаимодействия людей, преподавателей и учащихся, демонстрировать их эффективность как средства поддерживающего деятельность людей, а не являющегося целью самой деятельности. В условиях стационарной экспедиции были использованы следующие компьютерные технологии: средства связи, определения локализации, аэросъемка с квадрокоптера, видео- и фотосъемка и их последующий анализ, формирование сайтов с информацией о найденных объектах. У каждого члена экспедиции есть своя задача, однако условия совместного проведения проживания в экспедиции позволяет обмениваться результатами своего опыта в использовании отдельных задач с использованием компьютерных технологий. Выявлена в ходе работы проблема: доведение решения задачи и обработка материала после возвращения в пространство школы.

Вариативность является важной характеристикой образовательной среды и помогает личностному росту учащихся. Вплетение различных задач с использованием цифровой открывает возможность появления различных путей понимания и освоения знаний об окружающем мире. Для построения личностно-развивающего образования, способного связывать в единое целое рациональное, ценностно-смысловое и эмоциональное в учащемся, важно выстраивание единой среды, содержащей как традиционные практики пребывания в открытом природном пространстве «вне города», так и современные технологии. Во время пребывания в экспедиции учащийся овладевает современными способами мышления и практиками.

Список литературы:

1. Ясвин, В.А. Образовательная среда: от моделирования к проектированию. – М.: Смысл, 2001. – 365 с.
2. Петров, И.М. Организация работы с видеоматериалами в экспедиции со школьниками. Исследователь/Researcher. 221. 3-4 (35-36): 251–257.
3. Обухов, А.С. Путешествие как исследование мира. Потенциал. Химия, Биология, Медицина 2013, № 1; с. 34–43.
4. Сергеева, М.Г. К 20-летию комплексных исследовательских экспедиций школьников. Потенциал. Химия, Биология, Медицина 2013, № 10, с. 53–58.

Сходимость отображения по базе фильтра к базе фильтра как обобщение понятия сходимости

Сыркин Геннадий Иосифович

к.ф.-м.н., ст. преподаватель кафедры математики СУНЦ МГУ

В математическом анализе и в топологии имеется обобщение понятия предела отображения $f: X \longrightarrow Y$ в точке a [обозначение: $\lim_{x \to a} f(x)$] и понятия сходимости $f(x)$ к точке b при x, стремящемся к точке a [обозначение: $f(x) \longrightarrow b$ при $x \longrightarrow a$]. При этом обобщении вместо проколотых окрестностей точки a (необязательно принадлежащей области определения функции f) используется база фильтра (или, короче: база) $\mathcal{A}$ во множестве (или над множеством) X, а для множества Y по-прежнему используются окрестности точки b частного вида (см., например, [4], [5]). Здесь мы предлагаем логически завершённое обобщение, при котором, помимо произвольной базы фильтра (произвольной базы) $\mathcal{A}$ во множестве X, рассматривается ещё и *произвольная база фильтра (произвольная база) $\mathcal{B}$ во множестве Y (вместо окрестностей точки b)*. При таком обобщении формулировки и доказательства многих теорем о сходимости и предельном переходе становятся намного более простыми и алгебраическими по своему характеру, что будет показано на удивительно простых и ясных доказательствах обобщённых теорем о сходимости композиций отображений (Теоремы 3, 4).

Множество всех подмножеств множества X, как это принято, будем обозначать посредством $\mathcal{P}(X)$, то есть: $\mathcal{P}(X) = \{A \mid A \subseteq X\}$.

Определение 1. Множество $\mathcal{A}$ называется *фильтром во множестве* X, если:

(1) $\mathcal{A}$ есть непустое множество, то есть $\mathcal{A} \neq \emptyset$,

(2) Каждый элемент множества $\mathcal{A}$ есть непустое подмножество множества X, то есть

$(\forall A \in \mathcal{A})(\emptyset \neq A \subseteq X)$,

(3) Для любых множеств A_1 и A_2, принадлежащих множеству $\mathcal{A}$, существует множество B, принадлежащее множеству $\mathcal{A}$ и являющееся подмножеством каждого из множеств A_1 и A_2, то есть $(\forall A_1, A_2 \in \mathcal{A})(\exists B \in \mathcal{A})(B \subseteq A_1, A_2)$,

(4) Для любого множества A, принадлежащего множеству $\mathcal{A}$, любое подмножество B множества X, являющееся надмножеством множества A, также принадлежит множеству $\mathcal{A}$, то есть $(\forall A \in \mathcal{A})(\forall B \subseteq X)(A \subseteq B \Longrightarrow B \in \mathcal{A})$.

Иными словами, для любых множеств X и $\mathcal{A}$ по определению полагаем, что имеет место равносильность:

$$[\text{Множество } \mathcal{A} \text{ есть фильтр во множестве } X] \Leftrightarrow \begin{cases} \emptyset \notin \mathcal{A} \neq \emptyset, \\ (\forall A \in \mathcal{A})(A \subseteq X), \\ (\forall A_1, A_2 \in \mathcal{A})(\exists B \in \mathcal{A})(B \subseteq A_1, A_2), \\ (\forall A \in \mathcal{A})(\forall B \subseteq X)(A \subseteq B \Longrightarrow B \in \mathcal{A}). \end{cases}$$

Множество всех фильтров во множестве X обозначаем посредством $\Phi(X)$. В пустом множестве $\emptyset$ фильтров нет: $\Phi(\emptyset) = \emptyset$, а в любом непустом множестве X одноэлементное множество $\{X\}$ всегда является фильтром во множестве X, и притом наименьшим по включению фильтром в X. Поэтому для любого множества X имеют место равносильности: $\Phi(X) \neq \emptyset \Leftrightarrow X \neq \emptyset \Leftrightarrow \{X\} \in \Phi(X)$.

Определение 2. Множество $\mathcal{A}$ называется *базой фильтра во множестве X (или, короче, базой во множестве X)*, если $\mathcal{A}$ есть непустое множество непустых подмножеств множества X, такое, что для любых $A_1, A_2 \in \mathcal{A}$ существует $A \in \mathcal{A}$ такое, что $A \subseteq A_1, A_2$. Иными словами, для любых множеств X и $\mathcal{A}$ по определению полагаем, что имеет место равносильность:

$$[\text{множество } \mathcal{A} \text{ есть база (база фильтра) во множестве } X] \Leftrightarrow$$
$$\begin{cases} \emptyset \notin \mathcal{A} \neq \emptyset, \\ (\forall A \in \mathcal{A})(A \subseteq X), \\ (\forall A_1, A_2 \in \mathcal{A})(\exists A \in \mathcal{A})(A \subseteq A_1, A_2). \end{cases}$$

Множество всех баз (баз фильтров) во множестве X обозначаем посредством $\beta(X)$. Любой фильтр во множестве X является и базой во множестве X, то есть $\Phi(X) \subseteq \beta(X)$ для всех множеств X. *Фильтр в* X, *порождаемый базой (базой фильтра)* $\mathcal{A}$ *в* X, то есть наименьший (в смысле включения $\subseteq$) фильтр, содержащий базу $\mathcal{A}$, обозначаем посредством $F_X(\mathcal{A})$. Как известно, фильтр $F_X(\mathcal{A})$ равен множеству всех подмножеств множества X, содержащих в качестве подмножества хотя бы одно множество базы $\mathcal{A}$, то есть

$F_X(\mathcal{A}) = \{B \mid B \subseteq \mathrm{X},\ (\exists A \epsilon \mathcal{A})(A \subseteq \mathrm{B})\}$, при этом само F_X есть отображение множества $\beta(X)$ всех баз в X во множество $\Phi(X)$ всех фильтров в X, т.е. $F_X\colon \beta(X) \to \Phi(X) \subseteq \beta(X)$. Если множество $\mathcal{A}$ является базой во множестве X, то $\emptyset \neq \mathcal{A} \subseteq F_X(\mathcal{A}) \subseteq \mathcal{P}(X)$. При этом в упорядоченном множестве $\langle \mathcal{A}, \subseteq \rangle$, являющемся подмножеством упорядоченного множества $\langle \mathcal{P}(X), \subseteq \rangle$, выполнено условие: $(\forall A_1, A_2 \in \mathcal{A})(\exists A \in \mathcal{A})(A \subseteq A_1, A_2)$, которое играет важную роль в разных разделах математики и означает существование для любых двух множеств, принадлежащих $\mathcal{A}$, хотя бы одной нижней грани (в смысле включения $\subseteq$), также принадлежащей $\mathcal{A}$, и известно в литературе под разными названиями, такими, как: *условие направленности, условие фильтруемости, условие Мура-Смита (по убыванию, вниз, влево).*

Двойственным образом в упорядоченных множествах определяется условие направленности, условие фильтруемости, условие Мура-Смита (по возрастанию, вверх, вправо).

Определение 3. [Сравнение баз во множестве X]. Пусть $\mathcal{A}_1$ и $\mathcal{A}_2$ – две базы в одном и том же множестве X. Будем говорить, что *база* $\mathcal{A}_2$ *догоняет (по убыванию, вниз, влево) базу* $\mathcal{A}_1$, или, что *база* $\mathcal{A}_2$ *мажорирует (по убыванию) базу* $\mathcal{A}_1$, или, что *база* $\mathcal{A}_1$ *минорирует (по убыванию) базу* $\mathcal{A}_2$, и будем писать: $\mathcal{A}_1 \sqsubseteq_X \mathcal{A}_2$, если для каждого множества A_1 базы $\mathcal{A}_1$ существует множество A_2 базы $\mathcal{A}_2$, являющееся подмножеством множества A_1, то есть, если $(\forall A_1 \in \mathcal{A}_1)(\exists A_2 \in \mathcal{A}_2)(A_2 \subseteq A_1)$. Известно, что $\mathcal{A}_1 \sqsubseteq_X \mathcal{A}_2 \Leftrightarrow F_X(\mathcal{A}_1) \subseteq F_X(\mathcal{A}_2)$ для всех баз $\mathcal{A}_1$ и $\mathcal{A}_2$ во множестве X. Введённое двуместное отношение $\sqsubseteq_X$ на множестве $\beta(\mathrm{X})$ всех баз во множестве X является *рефлексивным и транзитивным отношением*, то есть *отношением предпорядка между базами во множестве* X, которому «канонически» соответствует *отношение эквивалентности* $\sim_X$ *между базами в* X, при котором $\mathcal{A}_1 \sim_X \mathcal{A}_2$ означает, что база $\mathcal{A}_2$ догоняет (по убыванию) базу $\mathcal{A}_1$ и база $\mathcal{A}_1$ догоняет (по убыванию) базу $\mathcal{A}_2$.

Таким образом, имеют место равносильности:

$$(\mathcal{A}_1 \sim_X \mathcal{A}_2) \iff (\mathcal{A}_1 \sqsubseteq_X \mathcal{A}_2) \wedge (\mathcal{A}_2 \sqsubseteq_X \mathcal{A}_1) \iff F_X(\mathcal{A}_2) = F_X(\mathcal{A}_1).$$

Обозначение. Если $f: X \longrightarrow Y$ и $A \subseteq X$, то образ множества A при отображении f обозначаем посредством $f[A]$, то есть $f[A] = \{f(x) \mid x\colon\ x \in A\}$.

Определение 4. Множество образов при отображении $f: X \longrightarrow Y$ всевозможных множеств базы $\mathcal{A}$ будем называть *образом базы $\mathcal{A}$ во множестве X при отображении* $f: X \longrightarrow Y$ и обозначать посредством $f[\![\mathcal{A}]\!]$, то есть $f[\![\mathcal{A}]\!] = \{f[A] \mid A\colon\ A \in \mathcal{A}\}$.

Теорема 1. Если $f: X \longrightarrow Y$ и $\mathcal{A}$ есть *база* в X, то $f[\![\mathcal{A}]\!] = \{f[A] \mid A\colon\ A \in \mathcal{A}\}$ есть база в Y.

Определение 5. Будем говорить, что отображение f непустого множества X в непустое множество Y сходится по базе (= по базе фильтра) $\mathcal{A}$ во множестве X к базе (= к базе фильтра) $\mathcal{B}$ во множестве Y, и писать: $\mathcal{A} \underset{f}{\rightarrow} \mathcal{B}$, если для любого множества B базы (= базы фильтра) $\mathcal{B}$ существует множество A базы (= базы фильтра) $\mathcal{A}$, образ которого $f[A]$ при отображении f содержится во множестве B. Иными словами, по определению полагаем, что:

$\left(\mathcal{A} \underset{f}{\rightarrow} \mathcal{B}\right) \Leftrightarrow (\forall B \in \mathcal{B})(\exists A \in \mathcal{A})(\,f[A] \subseteq B) \Leftrightarrow (\forall B \in \mathcal{B})(\exists A \in$
$\mathcal{A})\forall x(\,x \in A \implies f(x) \in B)$.

Предложение 1. Если $f: X \longrightarrow Y$ и $\mathcal{A}_1,\ \mathcal{A}_2$ суть базы во множестве X, то имеет место импликация: $\mathcal{A}_1 \sqsubseteq_X \mathcal{A}_2 \implies f[\![\mathcal{A}_1]\!] \sqsubseteq_Y f[\![\mathcal{A}_2]\!]$. [Возрастание (изотонность) отображения: $\mathcal{A} \mapsto f[\![\mathcal{A}]\!]$, $\mathcal{A}$ – база в X, относительно предпорядков: $\sqsubseteq_X$ на $\beta(X)$ и $\sqsubseteq_Y$ на $\beta(Y)$].

Теорема 2. [Критерий сходимости отображения по базе к базе]. Отображение f непустого множества X во множество Y сходится по базе $\mathcal{A}$ во множестве X к базе $\mathcal{B}$ во множестве Y тогда и только тогда, когда база $f[\![\mathcal{A}]\!]$ во множестве Y догоняет (по убыванию) базу $\mathcal{B}$, или, что то же самое, база $f[\![\mathcal{A}]\!]$ во множестве Y мажорирует (по убыванию) базу $\mathcal{B}$ в Y. Иными словами: $\left(\mathcal{A} \underset{f}{\rightarrow} \mathcal{B}\right) \Leftrightarrow (\,\mathcal{B} \sqsubseteq_Y f[\![\mathcal{A}]\!]\,)$. Это означает, что базами в Y, к которым сходится отображение $f: X \longrightarrow Y$ по базе $\mathcal{A}$ во множестве X, являются те и только те базы $\mathcal{B}$ в Y, которые мажорируются (в смысле предпорядка $\sqsubseteq_Y$) образом $f[\![\mathcal{A}]\!]$ базы $\mathcal{A}$ во множестве X при отображении f. В частности, имеем: $\mathcal{A} \underset{f}{\rightarrow} f[\![\mathcal{A}]\!]$.

Предложение 2. Пусть $f: X \longrightarrow Y$, $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2$ – базы в X и $\mathcal{B}_1, \mathcal{B}_2$ – базы в Y. Тогда имеет место импликация: $\left(\mathcal{A}_1 \underset{f}{\rightarrow} \mathcal{B}_1\right)$, $(\mathcal{A}_1 \sqsubseteq_X \mathcal{A}_2)$, $(\mathcal{B}_2 \sqsubseteq_Y \mathcal{B}_1) \implies \left(\mathcal{A}_2 \underset{f}{\rightarrow} \mathcal{B}_2\right)$. [Монотонность отношения сходимости $\underset{f}{\rightarrow}$ по базам в X и в Y относительно предпорядков $\sqsubseteq_X$ и $\sqsubseteq_Y$].

Предложение 3. [Образ базы при композиции $g \circ f$]. Если $f: X \longrightarrow Y$, $g: Y \longrightarrow Z$ и $\mathcal{A}$ есть база во множестве X, то $(g \circ f)[\![\mathcal{A}]\!] = g\big[\!\big[f[\![\mathcal{A}]\!]\big]\!\big]$ есть база во множестве Z.

Теорема 3. [О сходимости композиции двух отображений]. Пусть отображение f непустого множества X в непустое множество Y сходится по базе $\mathcal{A}$ во множестве X к базе $\mathcal{B}$ во множестве Y, отображение g непустого множества Y в непустое множество Z сходится по базе $\mathcal{B}$ во множестве Y к базе $\mathcal{C}$ во множестве Z. Тогда композиция $g \circ f$ отображений f и g сходится по базе $\mathcal{A}$ во множестве X к базе $\mathcal{C}$ во множестве Z. В более формализованном виде:

$$f: X \longrightarrow Y,\ g: Y \longrightarrow Z,\ \mathcal{A} \in \beta(X),\ \mathcal{B} \in \beta(Y),\ \mathcal{C} \in \beta(Z),\ \mathcal{A} \underset{f}{\rightarrow} \mathcal{B},$$
$$\mathcal{B} \underset{g}{\rightarrow} \mathcal{C} \quad \implies \quad \mathcal{A} \underset{g \circ f}{\longrightarrow} \mathcal{C}.$$

Доказательство. Пусть $f: X \longrightarrow Y$, $g: Y \longrightarrow Z$, $\mathcal{A}$ – база в X, $\mathcal{B}$ – база в Y, $\mathcal{C}$ – база в Z.

И пусть $\mathcal{A} \underset{f}{\rightarrow} \mathcal{B}$ (1) и $\mathcal{B} \underset{g}{\rightarrow} \mathcal{C}$ (2). Докажем, что $\mathcal{A} \underset{g \circ f}{\longrightarrow} \mathcal{C}$.

<u>1-й способ:</u> Из (1) и (2) по Теореме 2: $\mathcal{B} \sqsubseteq_Y f[\![\mathcal{A}]\!]$, $\mathcal{C} \sqsubseteq_Z g[\![\mathcal{B}]\!]$. По Предложениям 1 и 3 имеем $g[\![\mathcal{B}]\!] \sqsubseteq_Z g\big[\!\big[f[\![\mathcal{A}]\!]\big]\!\big] = (g \circ f)[\![\mathcal{A}]\!]$. Затем получаем $\mathcal{C} \sqsubseteq_Z (g \circ f)[\![\mathcal{A}]\!]$, то есть $\mathcal{A} \underset{g \circ f}{\longrightarrow} \mathcal{C}$.

<u>2-й способ:</u> Пусть дано произвольное $C \epsilon \mathcal{C}$. По (2) для $C \epsilon \mathcal{C}$ найдём $B \epsilon \mathcal{B}$ такое, что имеет место включение $g[B] \subseteq C$ (3). По (1) для $B \epsilon \mathcal{B}$ найдём $A \epsilon \mathcal{A}$ такое, что имеет место включение $f[A] \subseteq B$ (4), взяв образ при отображении g от обеих частей которого, получим включение

$g\big[f[A]\big] \subseteq g[B]$ (5). Из (5) и (3) получаем $(g \circ f)[A] = g\big[f[A]\big] \subseteq g[B] \subseteq C$, откуда получаем $(g \circ f)[A] \subseteq C$. Доказали, что $(\forall C \in \mathcal{C})(\exists A \in \mathcal{A})(\ (g \circ f)[A] \subseteq C)$, то есть $\mathcal{A} \underset{g \circ f}{\longrightarrow} \mathcal{C}$.

Теорема 3 является существенным обобщением известных вариантов теоремы о сходимости композиции двух отображений и совсем легко обобщается на случай сходимости композиции n отображений и $(n + 1)$ базы при помощи индукции по $n \in \mathbb{N}$:

Теорема 4. Для любых n отображений: $f_1: X_0 \longrightarrow X_1$, …, $f_n: X_{n-1} \longrightarrow X_n$ и любых $(n+1)$ баз $\mathcal{A}_0, \mathcal{A}_1, \dots, \mathcal{A}_{n-1}, \mathcal{A}_n$ во множествах $X_0, X_1, \dots, X_{n-1}, X_n$ соответственно имеет место импликация: $\mathcal{A}_0 \underset{f_1}{\rightarrow} \mathcal{A}_1, \dots, \mathcal{A}_{n-1} \underset{f_n}{\rightarrow} \mathcal{A}_n \implies \mathcal{A}_0 \xrightarrow[f_n \circ \dots \circ f_1]{} \mathcal{A}_n$.

Определение 6. Будем говорить, что *база $\mathcal{A}_1$ во множестве X неотделима от базы $\mathcal{A}_2$ во множестве X*, и писать: $\mathcal{A}_1 \langle * \rangle_X \mathcal{A}_2$, если не существуют такой пары множеств (A_1, A_2), что: $A_1 \in \mathcal{A}_1$, $A_2 \in \mathcal{A}_2$, $A_1 \cap A_2 = \emptyset$. То есть по определению мы полагаем:

$$(\mathcal{A}_1 \langle * \rangle_X \mathcal{A}_2) \Leftrightarrow \neg(\exists A_1 \in \mathcal{A}_1)(\exists A_2 \in \mathcal{A}_2)(A_1 \cap A_2 = \emptyset).$$

Двуместное отношение $\langle * \rangle_X$ между базами во множестве X является рефлексивным и симметричным, но не транзитивным отношением на множестве $\beta(X)$ всех баз в X, более слабым, чем отношение эквивалентности $\sim_X$ на множестве $\beta(X)$ всех баз в X.

Теорема 5. [О сохранении отношения неотделимости при предельном переходе]. Имеет место импликация: $(f: X \longrightarrow Y)$, $\left(\mathcal{A}_1 \underset{f}{\rightarrow} \mathcal{B}_1\right)$, $\left(\mathcal{A}_2 \underset{f}{\rightarrow} \mathcal{B}_2\right)$, $(\mathcal{A}_1 \langle * \rangle_X \mathcal{A}_2) \implies (\mathcal{B}_1 \langle * \rangle_Y \mathcal{B}_2)$.

Теорема 6. [О неотделимости двух баз, мажорируемых (в смысле $\sqsubseteq_Y$) третьей базой].

Имеет место импликация: $\left(\mathcal{B}_1, \mathcal{B}_2, \mathcal{B}\text{– базы в } Y\right)$, $(\mathcal{B}_1 \sqsubseteq_Y \mathcal{B})$, $(\mathcal{B}_2 \sqsubseteq_Y \mathcal{B}) \implies (\mathcal{B}_1 \langle * \rangle_Y \mathcal{B}_2)$.

Теорема 7. [О неотделимости баз в Y, к которым сходится отображения $f: X \longrightarrow Y$ по базе $\mathcal{A}$ в X]. Если отображение $f: X \longrightarrow Y$ сходится по одной и той же базе $\mathcal{A}$ во множестве X к каждой из двух баз $\mathcal{B}_1$ и $\mathcal{B}_2$ во множестве Y, то эти две базы $\mathcal{B}_1$ и $\mathcal{B}_2$ в Y неотделимы друг от друга, то есть: $(f: X \longrightarrow Y)$, $\left(\mathcal{A} \underset{f}{\rightarrow} \mathcal{B}_1\right)$, $\left(\mathcal{A} \underset{f}{\rightarrow} \mathcal{B}_2\right) \implies (\mathcal{B}_1 \langle * \rangle_Y \mathcal{B}_2)$.

Доказательство Теоремы 7. Дважды применяем Теорему 2 и Теорему 6 при $\mathcal{B} = f[\![\mathcal{A}]\!]$.

Теорема 7 является *существенным обобщением* теоремы из топологии о единственности предела функции f, определённой на множестве X с базой $\mathcal{A}$, и принимающей свои значения в *хаусдорфовом топологическом пространстве Y* с базами фильтров окрестностей точек b пространства Y. Приведём некоторые (в основном известные) факты о фильтрах и базах (базах фильтра) во множестве.

Для любого непустого множества X отношение включения $\subseteq$ между фильтрами в X является отношением порядка на множестве $\Phi(X)$ всех фильтров во множестве X, а пара $\langle \Phi(X), \subseteq \rangle$ является упорядоченным (по включению $\subseteq$) множеством всех фильтров во множестве X, в котором одноэлементный фильтр $\{X\}$ является наименьшим (в смысле включения $\subseteq$) фильтром во множестве X. Если множество X имеет более одного элемента, $|X| > 1$, то во множестве X нет наибольшего (по включению) фильтра.

Определение 7. Если A есть непустое подмножество множества X, то множество всех подмножеств множества X, являющихся надмножествами множества A, является фильтром в X, иногда обозначаемым посредством $(A)_X$ или (A), и называемым *главным фильтром во множестве X, порождённым его подмножеством* A. Имеем $(A)_X = \{B| \, A \subseteq B \subseteq X\} \in \Phi(X)$.

Определение 8. *Ультрафильтром во множестве* X называется любой фильтр в X, не содержащийся ни в каком отличном от него фильтре в X. Иными словами, ультрафильтры во множестве X – это в точности максимальные элементы упорядоченного множества $\langle \Phi(X), \subseteq \rangle$ всех фильтров во множестве X.

В конечном множестве X все фильтры главные, причём ультрафильтрами являются главные фильтры всех одноэлементных подмножеств множества X и только они, то есть те и только те главные фильтры, которые имеют вид: $(\{a\})_X = \{B| \, \{a\} \subseteq B \subseteq X\}$, где $a \in X$.

Предложение 4. Фильтр $\mathcal{F}$ в X будет ультрафильтром в X тогда и только тогда, когда для каждого подмножества A множества X либо само подмножество A, либо его дополнение $X \backslash A$ принадлежит фильтру $\mathcal{F}$, то есть для любого фильтра $\mathcal{F}$ в X имеет место равносильность: ($\mathcal{F}$ есть ультрафильтр в X) $\Leftrightarrow (\forall A \subseteq X)[(A \in \mathcal{F}) \vee (X \backslash A \in \mathcal{F})]$.

Предложение 5. Объединение любого непустого направленного по возрастанию (направленного вверх, вправо) множества фильтров в X снова является фильтром в X. В частности, объединение любого непустого линейно упорядоченного (по включению) множества фильтров в X снова является фильтром в X. По Лемме Цорна отсюда выводится:

Предложение 6. (а) Каждый фильтр в X можно расширить до ультрафильтра в X. (б) Каждый фильтр в X является пересечением всех содержащих его ультрафильтров.

Предложение 7. Пусть A есть бесконечное подмножество бесконечного множества X. Тогда множество всех подмножеств множества X, дополнения которых имеют мощность, строго меньшую мощности подмножества A основного множества X, является фильтром в X (и притом, *неглавным фильтром в* X), который в книге [2] называется *фильтром Фреше во множестве* X *для бесконечной мощности* $|A|$, *меньшей или равной мощности* $|X|$ *основного множества* X, и обозначается посредством $D_{|A|}(X)$. Имеем:

$D_{|A|}(X) = \{B |\, A \subseteq X,\ |X \setminus B| < |A| \} \in \Phi(X)$.

Определение 9. Множество пересечений с непустым подмножеством A непустого множества X всевозможных множеств базы (= базы фильтра) $\mathcal{A}$ во множестве X обозначим посредством $\mathcal{A}|_A$ или короче: $\mathcal{A}_A$, и будем его называть *следом базы* $\mathcal{A}$ (в X) *на подмножестве А множества* X или *сужением базы* $\mathcal{A}$ (в X) *на подмножество А множества* X. По определению имеем: $\mathcal{A}|_A = \mathcal{A}_A = \{C |\, (\exists B \in \mathcal{A})(C = B \cap A)\}$.

Предложение 8. Пусть A есть непустое подмножество непустого множества X, $\mathcal{A}$ есть база во множестве X, то есть $\mathcal{A} \in \beta(X)$. Тогда следующие три условия (1), (2), (3) равносильны:

(1) $\mathcal{A}|_A = \mathcal{A}_A$ есть база в X, то есть $\mathcal{A}|_A \in \beta(X)$,

(2) $\mathcal{A}|_A = \mathcal{A}_A$ есть база в A, то есть $\mathcal{A}|_A \in \beta(A)$,

(3) все множества базы $\mathcal{A}$ пересекаются с подмножеством A множества X, то есть

$(\forall B \in \mathcal{A})(B \cap A \neq \emptyset)$.

В определении 9 вместо базы $\mathcal{A}$ во множестве X, $\mathcal{A} \in \beta(X)$, можно взять, в частности, фильтр $\mathcal{F}$ во множестве X, $\mathcal{F} \in \Phi(X)$. При таком переходе от баз в X к фильтрам в X Предложение 8 также имеет место.

В данных тезисах изложены существенные обобщения известных в анализе и топологии понятий, теорем и доказательств, связанных предельным переходом, сходимостью. Многие конкретные понятия и факты, связанные с предельным переходом, сходимостью, могут быть достаточно просто получены как частные случаи представленных в тезисах общих понятий и фактов при подходящем выборе конкретных множеств, баз фильтров в них и отображений. При этом доказательства обобщений многих конкретных утверждений оказываются гораздо более простыми и ясными, чем доказательства самих этих конкретных утверждений.

Замечание. Понятия базы фильтра, фильтра, ультрафильтра во множестве и результаты о них играют весьма важную роль в математике, в частности, в топологии (см. [1]), в математической логике (см. [2], [3], [6]), где, например, ультрапроизведения моделей уже давно стали мощнейшим и высокоразвитым рабочим аппаратом.

Литература

1. Бурбаки, Н. Общая топология. Основные структуры. М.: Наука. 1975. 408 с.

2. Мальцев, А.И. Алгебраические системы. М.: Наука, 1970. 392 с.

3. Лавров, И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. М.: Физматлит, 2004. 256 с.

4. Архипов, Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. Изд. 5-е, перераб. и дополн. М.: Высшее образование. 2004. 639 с.

5. Зорич, В.А. Математический анализ. Часть 1. Изд. 6-е, дополн. М.: МЦНМО, 2012. 701 с

6. Кейслер, Г., Чэн Ч.Ч. Теория моделей, пер. с англ. С.С. Гончарова, С.Д. Денисова, В.А. Душского и Д.И. Свириденко под редакцией Ю.Л. Ершова и А.Д. Тайманова. М.: Мир, 1977. 614 с.

Симплициальный подход к преподаванию основ топологии в школе

Тароян Григорий Валентинович

лаборант кафедры математики СУНЦ МГУ

Хорошо известной проблемой преподавания и изучения алгебраической топологии на начальном этапе является сравнительно высокий порог вхождения в классическую алгебраическую топологию. Школьники и студенты с большим трудом осваивают формализм общей топологии, связанный с абстракцией открытых и замкнутых множеств и непрерывных отображений.

Второй трудностью, с которой неизбежно сталкиваются школьники при изучении топологии, это немотивированность технически сложных и абстрактных понятий, которыми оперирует эта наука.

Оказывается, что современная алгебраическая топология предлагает намного более доступный для первого знакомства язык. При этом даже на самом примитивном уровне симплициального подхода удаётся дать представления о физических мотивировках топологии, восходящих к Пуанкаре, Риману и Гауссу.

Приведём общий план курса введения в топологию, основанного на симплициальном подходе.

Первая часть курса посвящена физической мотивации топологии, как изучению конфигурационных и фазовых пространств механических систем. Заметим, что формализация самого понятия абстрактной механической системы требует довольно продвинутых знаний анализа и дифференциальных уравнений. Поэтому, мы ограничиваемся неформальным определением и начинаем аккуратное изложение с введения понятия дискретной механической системы. Здесь уже за счёт устранения элементов анализа удаётся достичь полной строгости изложения. Более того, дискретные механические системы являются с точки зрения реальных измерений ничуть не худшей моделью, чем системы непрерывные. Таким образом нам удаётся привести основные идеи классической механики на языке дискретных систем. Более того, при описании конфигурационных и фазовых пространств дискретных систем естественным образом возникает понятие триангуляции, что является мотивировкой для введения последующих абстракций.

Во второй части курса мы вводим понятие абстрактного симплициального комплекса. Поскольку для описания этого объекта нужно лишь знание элементарной теории множеств, оно оказывается намного более доступным, чем классическое понятие топологического пространства. В то же время, наиболее простые методы алгебраической топологии, связанные с понятием гомотопии путей удаётся формализовать уже на этом примитивном языке. В качестве приложения развитой теории мы показываем, что триангуляции различных поверхностей не изоморфны как симплициальные комплексы. Постулируя теорему гомотопической инвариантности, мы выводим из этого теорему классификации поверхностей. Вершиной этого раздела является введение гомологий симплициального комплекса и доказательства теоремы Пуанкаре об абелианизации фундаментальной группы.

Третья часть курса посвящена изложению теории симплициальных множеств. Это полностью адекватный комбинаторный аналог топологических пространств. При помощи него, не апеллируя к идее непрерывности, удаётся развить всю мощь методов алгебраической топологии. Здесь мы излагаем основные результаты, связанные с высшими гомотопическими группами, а также гомологиями и когомологиями топологических пространств.

В приложениях к курсу содержаться доказательства утверждений, связывающих комбинаторный подход к топологии с непрерывным. Кроме того, в приложениях мы излагаем элементы теории категорий, которые позволят заинтересованным школьникам углубить своё понимание конструкций, построенных в третьей части курса.

Литература

1. Caltagirone Jean-Paul. Discrete Mechanics: Concepts and Applications. John Wiley & Sons, 2019.
2. Friedman, Greg. “Survey article: an elementary illustrated introduction to simplicial sets.” The Rocky Mountain Journal of Mathematics (2012): 353–423.
3. Тароян, Г. Основы топологии, курс СУНЦ МГУ 2021–2022 (препринт), доступен по ссылке https://www.grishataroyan.org/teaching/topology-basics-in-russian

Практикум по дискретной дифференциальной геометрии для 10 и 11-х классов математического профиля

Тароян Григорий Валентинович

лаборант каф. математики СУНЦ МГУ

Доклад основан на работе автора проведённой в 2020-м году в 11-х классах СУНЦ МГУ в рамках курса геометрии Н.Г. Мощевитина.

Основным источником материалов практикума служила книга «Математический дивертисмент». Практикум был нацелен на знакомство школьников с основами классической дифференциальной геометрии, при этом не опираясь на существенную аналитическую базу.

Классическая дифференциальная геометрия изучает подмногообразия трёхмерного пространства, то есть классические (римановы) поверхности. Обычно определение и исследование поверхностей требует знаний топологии (понятия гомеоморфизма) и дифференциального исчисления многих переменных (дифференциала отображения, теоремы о неявной функции, понятия диффеоморфизма).

Оказывается, однако, что при работе с классическими поверхностями, а на самом деле и более общими многообразиями, можно обойтись чисто комбинаторными средствами. В рамках этого подхода гладкая поверхность заменяется на последовательность поверхностей многогранных тел (многогранных поверхностей), которая «сходится» к этой поверхности. При этом сами поверхности многогранных тел обладают нетривиальной дифференциальной геометрией, которая «склеивается» из геометрий плоскости, присутствующей на гранях. В частности, удаётся определить понятие геодезической на многограннике, изометрии многогранных поверхностей. Также естественно возникает обобщение понятия (гауссовой) кривизны на многогранные поверхности. В рамках этого обобщение простыми комбинаторными средствами устанавливается эквивалентность формулы Эйлера для многогранных поверхностей (потерянной теоремы Декарта) и теоремы Гаусса-Бонне. Более того, некоторые инварианты многогранных поверхностей, такие как эйлерова характеристика, не меняются при переходе к пределу. Это даёт практические средства для вычисления аналитических инвариантов комбинаторными методами доступными школьникам.

Таким образом школьники, обладающие минимальными изначальными знаниями высшей геометрии, получают не только теоретическое представление о классической дифференциальной геометрии, но и практические навыки для проведения вычислений с гладкими двумерными многообразиями. Такой совмещённый теоретико-практический подход позволяет лучше мотивировать и усваивать сложные и на первый взгляд неестественные понятия дифференциальной геометрии. В частности, благодаря использованию многогранных поверхностей удаётся продемонстрировать естественный переход от школьной планиметрии и стереометрии к высшей геометрии.

Другим преимуществом формата практикума является возможность его дистанционного выполнения. В частности, первый практикум был проведён весной 2020-го года в первые месяцы пандемии и продемонстрировал высокий уровень усвоения и вовлечённости среди учащихся.

Литература

1. Sullivan, John M., Schröder Peter. Discrete Differential Geometry. Germany: Springer Basel AG, 2008.

2. Табачников, С.Л., Фукс Д.Б. Математический дивертисмент: 30 лекций по классической математике. Россия: Изд-во МЦНМО, 2011.

3. Тароян, Г. Практикум по геометрии поверхностей многогранников, доступен по ссылке: https://www.grishataroyan.org/teaching/discrete-differential-geometry-for-high-school-in-russian

Особенности дистанционного обучения в СУНЦ МГУ

Шивринская Елена Вячеславовна

к.пед.н., доцент каф. математики СУНЦ МГУ

В 2013 г. в СУНЦ МГУ была создана Заочная школа для учащихся 9-х классов. Позже, в 2015 г., Заочная школа и несколько других заочных и очно-заочных проектов объединили в Центр дистанционного обучения (ЦДО).

Такая организационная структура была признана необходимой, потому что многие программы СУНЦ не являются абсолютно независимыми друг от друга. Их связывает тематика, направленность, общий контингент учащихся и/или преподавателей, правила отбора учащихся. Например, в Летнюю школу для выпускников 8 классов набирают по результатам Интернет-олимпиады или по итогам обучения в Заочной школе; одни и те же преподаватели ведут обучение в Заочной школе и на Дистанционных курсах. Задавая вопросы об этих проектах через интернет, ребята и их родители часто путают разделы, а порой ответить в рамках одного раздела и невозможно, одно тянет за собой другое.

Сейчас ЦДО это: заочная школа, платные дистанционные курсы, интернет-олимпиада, весенняя олимпиада для 9 и 10-классников, летняя олимпиада для 8-классников.

Традиционная для СУНЦ МГУ естественнонаучная направленность сохраняется и в проектах Центра дистанционного обучения. Но охват несколько иной: в разных образовательных программах ЦДО принимают участие ребята от 2 до 11 класса.

Основные цели этих программ – поддержка и развитие интереса школьников к более глубокому изучению естественных наук; повышение образовательного и культурного уровня учащихся; подготовка школьников к обучению на различных факультетах МГУ имени М.В. Ломоносова и в других высших учебных заведениях. Обучение по программам ЦДО представляет собой дополнительное образование, т.е. не отменяет необходимости посещать свою школу. Среди проектов есть бесплатные, платные и частично оплачиваемые.

Основная задача Заочной школы – развитие интереса школьников к математике, физике, информатике, химии и биологии, а также повышение общеобразовательного уровня учащихся. Заочная школа не ставит своей целью подготовку учащихся к поступлению в СУНЦ МГУ!

До начала 2020 года в Заочной школе СУНЦ МГУ было уже более 50 курсов для учащихся **2-11 классов** по семи предметам: **математика, физика, информатика, химия, биология, английский, география**.

Поэтому к началу пандемии в школе имелась достаточная база для перехода к дистанционному обучению и для учащихся СУНЦ. Пока дети разъезжались по домам, в течение недели были проведены различные семинары/тренинги для преподавателей, на которых пришлось срочно рассказывать о возможных способах проведения занятия.

С чем мы столкнулись при проведении регулярных занятий:

1) часовые пояса;
2) не все были готовы с такой форме работы;
3) техническая оснащенность, качество связи были не всегда хорошими;
4) большое количество работ для проверки.

Как решали:

1) корректировка расписания звонков. По возможности видеозапись занятий выкладывалась на сайте;
2) тренинги для преподавателей с использованием различных платформ, видеоконференций;
3) либо докупили самостоятельно технику, либо поменяли провайдера. Однако таких проблем, как испытала МЭШ, нам удалось избежать, т.к. к этому моменту у нас уже был свой сервер, правда и он первое время работал с задержками;
4) использование образовательных платформ: для домашнего задания, опроса на уроках и т.п. (Moodle).

В среднем за 2–3 месяца около половины занятий удалось перевести в полноценные, но дистанционные, уроки.

В начале следующего учебного года стало очевидным продолжение подобной формы обучения, поэтому активно стали применять и прокторинг: для проведения олимпиад, контрольных работ, а потом и сессии. В 2021 календарном году успешно провели итоговое сочинение, вступительные экзамены в дистанционном формате.

Какие проявились недостатки дистанционной работы:

1) Отсутствие личного общения.
2) Недостаточный контроль присутствия и работы на уроке.

3) Использование Интернет-ресурсов при самостоятельном решении задач.
4) Возможность подлога на контрольных и экзаменационных мероприятиях.

Положительные стороны такого учебного процесса:

1) Безопасность.
2) Лучшее распределение рабочего времени.
3) Оптимизация проверки контрольных работ (обратная связь).
4) Решается проблема отсутствия учащегося на занятиях в связи с участием в сборах, олимпиадах, конференциях.

Как стоится занятие: материал семинара/лекции доступен в определенном разделе ЦДО, там же располагается домашнее задание, и ссылка на видеозапись лекции.

В планах дополнить сформировавшийся таким образом курс тестами с автоматической проверкой, раздел Тренинг ЕГЭ сделать более полным, добавив и туда тренировочные тесты.

Научное издание

ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ

Научная конференция
Секция «Новые технологии обучения
в классах естественнонаучного профиля»
14–28 октября 2020 года, 20–29 апреля 2021 года,
14–22 апреля 2022 года

Тезисы докладов

Тезисы докладов публикуются в авторской редакции

Подготовка оригинал-макета:
Издательство «МАКС Пресс»
Главный редактор: *Е.М. Бугачева*

Издательство ООО "МАКС Пресс"
Лицензия ИД N 00510 от 01.12.99 г.

119992, ГСП-2, Москва, Ленинские горы,
МГУ им. М.В. Ломоносова, 2-й учебный корпус, 527 к.
Тел. 8(495)939-3890/91. Тел./Факс 8(495)939-3891.