

Олимпиада ПриМат
Старшая лига
Задача 2



Поезд едет вниз по длинному наклонному участку пути, на котором установлено ограничение скорости 36 км/ч. Уклон составляет 2% (2 метра спуска на 100 метров пути). Машинист может включить тормоз, при этом модуль ускорения составит 0.15 м/с^2 . Между промежутками работы тормоза необходимо выдерживать паузу не менее 10 с для подкачки пневматической системы и охлаждения колодок. Определите

наибольшую возможную среднюю скорость движения с учетом всех ограничений.

Решение:

Поезд может двигаться в двух режимах: с ускорением $a_1 = g \sin \alpha = 0.2 \text{ м/с}^2$ (тормоз выключен) или с ускорением $a_2 = -0.15 \text{ м/с}^2$ (тормоз включен). Чтобы средняя скорость была наибольшей, необходимо реализовать следующий периодический режим работы:

1. При достижении максимально разрешенной скорости $V_0 = 10 \text{ м/с}$ включаем тормоз
2. Отключаем тормоз в момент достижения скорости V_1 такой, что в конце следующего этапа будет достигнута наибольшая скорость
3. Движемся с ускорением в течение промежутка времени $\tau = 10 \text{ с}$ до достижения скорости V_0

Если продолжительность п.3 больше τ , то скорость, при которой выключается тормоз, будет меньше V_1 и общая средняя скорость окажется меньше, чем при предложенном способе.

Скорость выключения тормоза найдем из соотношения $V_0 = V_1 + a_1 \tau$, $V_1 = V_0 - a_1 \tau$. Средняя скорость при равноускоренном движении равна среднему арифметическому начальной и конечной скоростей, так что и на участке разгона, и на участке торможения, а значит и на всем пути, она составит

$$V_c = \frac{V_0 + V_1}{2} = \frac{2V_0 - a_1 \tau}{2} = 9 \text{ м/с}$$