

Примеры задач раздела матмоделирование с решениями

1. Гаврила купил в кондитерской пирожное, на котором было указано, что срок годности составляет 72 часа, если хранить его при температуре 4°C и 48 часов при температуре 10°C. Гаврила принес пирожное домой и положил в холодильник. Пирожное было изготовлено непосредственно в кондитерской за 36 часов до того, как Гаврила убрал его, температура на улице и на прилавке 10°C. Сколько времени Гаврила может хранить пирожное в холодильнике при температуре 4°C, чтобы его можно было достать и безопасно съесть? Считать, что пирожное портится, если количество бактерий превышает определенный уровень, а их число удваивается раз в несколько минут. Начальная численность бактерий контролируется на производстве.

Решение.

Пирожное испортится, если произойдет определенное количество удвоений численности бактерий. При фиксированной температуре они происходят равномерно по времени, следовательно, «запас годности» истекает линейно.

В первом случае до того, как пирожное убрали, прошло $3/4$ срока годности, значит осталась $1/4$ от 72 часов, то есть 18 часов.

Ответ 18 часов.

2. В городе М действует ограничение скорости движения автомобилей 80 км/ч, причем все водители его неукоснительно соблюдают. Также в городе М много пробок на дорогах, так что средняя поездка протяженностью 30 км занимает 45 минут. Как можно точнее оцените сверху изменение продолжительности средней поездки, если длина маршрута и время, затраченное на пробки, не изменятся, а ограничение скорости составит 50 км/ч? Превышение разрешенной скорости недопустимо. Ответ дайте в процентах от исходного значения продолжительности поездки.

Решение Средняя скорость движения до изменения скоростного режима $30/0.75=40$ км/ч, так что для тех, кто не стоит в пробках, ничего не изменится. Понятно, что сильнее всего изменение будет при таком режиме движения, когда автомобиль либо движется с максимально разрешенной скоростью, либо неподвижно стоит в пробке.

Найдем время в пробке:

$$\tau = T_1 - \frac{L}{V_1}$$

L – длина маршрута, V_1 и T_1 – максимальная скорость и время поездки до изменений.

После изменений время поездки составит (V_2 и T_2 - максимальная скорость и время поездки в этом случае)

$$T_2 = \frac{L}{V_2} - \tau = T_1 + \frac{L}{V_2} - \frac{L}{V_1}$$

Относительное изменение:

$$\varepsilon = \frac{T_2 - T_1}{T_1} = \frac{L(V_2 - V_1)}{T_1 V_1 V_2} = 30\%$$

Ответ: 30%.