

XXII КОЛМОГОРОВСКИЕ ЧТЕНИЯ



The 22nd KOLMOGOROV READINGS

ADVANCED EDUCATION AND SCIENCE CENTER

PROCEEDINGS

of the 22nd International Scientific Conference of students

Kolmogorov readings

May 2-5, 2022

MATHEMATICS

Moscow

2022

**СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЙ УЧЕБНО-НАУЧНЫЙ ЦЕНТР
(факультет) — школа-интернат имени А.Н. Колмогорова
Московского государственного университета
имени М.В. Ломоносова**

**МАТЕРИАЛЫ
XXII Международной научной конференции школьников
«Колмогоровские чтения»
2-5 мая 2022**

МАТЕМАТИКА

**Москва
2022**

Председатель организационного комитета
XXII Международной научной конференции школьников
«Колмогоровские чтения»:

К.В. Семенов

Редакционный совет сборника тезисов «Математика»:
И.Н. Сергеев(председатель), В.Н. Дубровский, Ю.В. Курышова

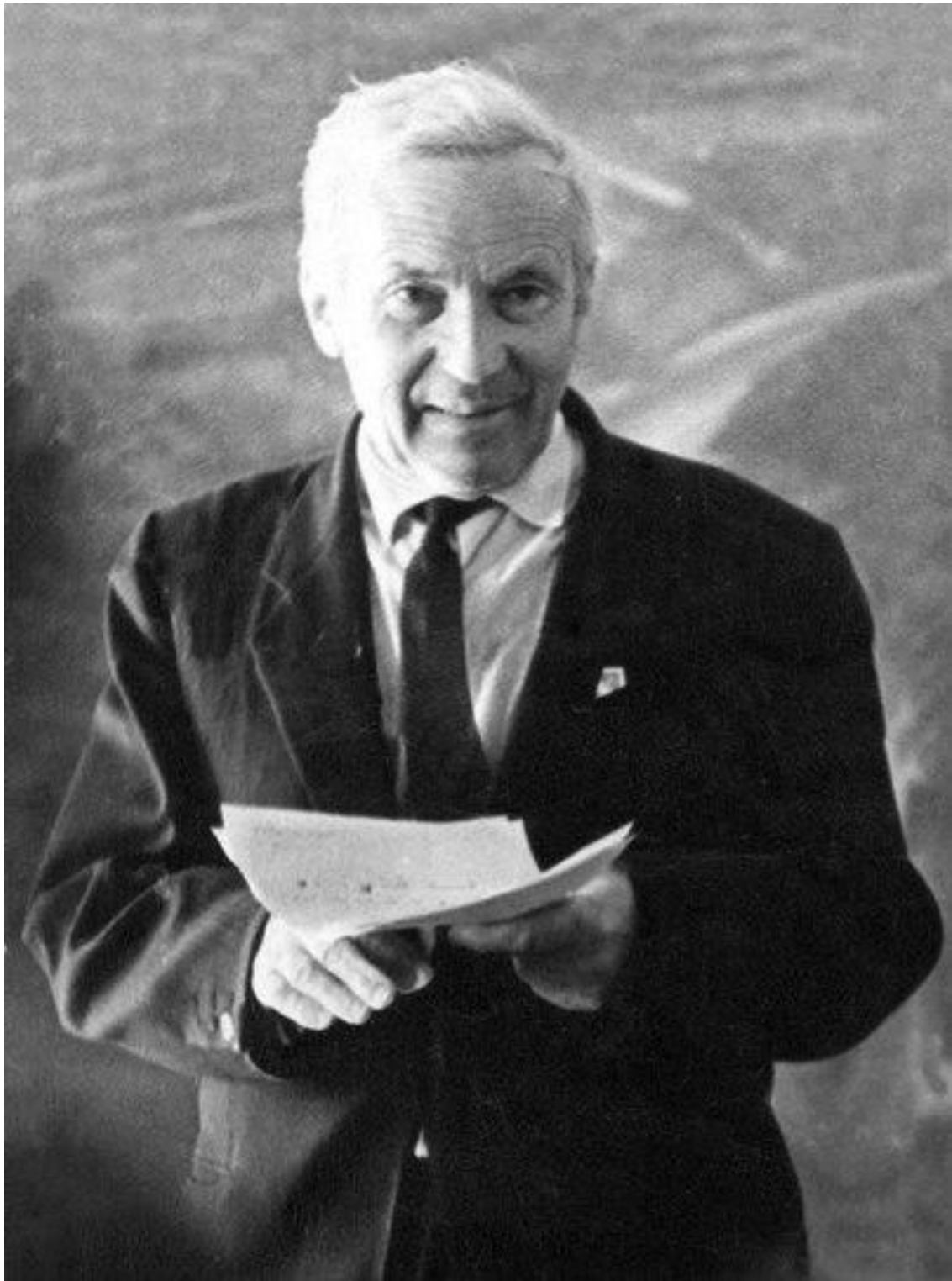
МАТЕРИАЛЫ
XXII Международной научной конференции школьников
«Колмогоровские чтения»

В настоящий сборник вошли тезисы приглашённых докладчиков
XXII Международной научной конференции школьников
«Колмогоровские чтения» по секции
«Математика»

ISBN 978-5-87140-464-5 (секция «Математика»)

ISBN 978-5-87140-467-7

©Специализированный учебно-научный центр (факультет) —
школа-интернат имени А.Н. Колмогорова
Московского государственного университета имени
М.В. Ломоносова, 2022 г.



Как в спорте не сразу ставят рекорды, так и подготовка к настоящему научному творчеству требует тренировки.

А.Н. Колмогоров

Оглавление

Solving Quintics by Radicals. <i>Alkhatib A.</i>	7
Conjectures In Prime Numbers. <i>ALYousef Y.M.</i>	8
Применение теории графов к решению задач на нахождение минимального расстояния <i>Бурьяк В.И., Васильева А.Л.</i>	9
Ещё о неравенстве Эрмита–Адамара для MN-выпуклых функций. <i>Калинчук В.В.</i>	10
Новый алгебраический подход к проблеме изоморфизма графов. <i>Калистратов Д.Е.</i>	11
Исследование изопериметрических задач. <i>Кычкина А.Л.</i>	12
Финансовый ликбез о путешествии Крайний Север — Алтайский край. <i>Ловыгина А.А.</i> ..	14
Исследование точности математических методов при решении различных задач. <i>Малаха Д.Н.</i>	15
Об одном методе преобразования дробно-иррациональных выражений в дробно- рациональные. <i>Маришитов Ж.А.</i>	17
Как развить у учащихся навыки критического анализа с помощью методов проблемного обучения в онлайн-обучении. <i>Маришитов Ж.А., Бисмельдинова Б.М.</i>	18

SOLVING QUINTICS BY RADICALS

Amr Alkhatib

11th Class, National Center for the Distinguished (NCD),

Distinction and Creativity Agency, Syria

Scientific advisor: National Center for the Distinguished, Professor at Tishreen University, Department of Communication and Electronics Engineering,
Dr. Mothanna Alkubeyli.

This research focuses on finding zeros of degree 5 polynomials, called quintics, of the form $x^5 + px^3 + qx^2 + rx + s$, in addition, to prove that these forms of quintics can be solved by radicals and to find the solution formula.

Polynomials in one variable are algebraic expressions that consist of terms in the form ax^n where n is a non-negative integer and a is a real number called the *coefficient* of the term. The *degree* of a polynomial in one variable is the largest exponent in the polynomial. The polynomial is called *soluble* if its Galois group is solvable. The roots of this polynomial can be written in terms of the coefficients. In the beginning of the research, some examples of soluble polynomials are given like polynomials of degree 2 and 3. Not all quintics are soluble by radicals. Thus, the groups that are solvable and represent soluble polynomials are mentioned. Then, the research concentrates on the meta-cyclic group. The problem consists in expressing the roots of f in terms of the coefficients and of the root x_0 . After that, the previous problem is reduced to the computation of a number of invariants of the meta-cyclic group. Some variables are defined for the ease of the proof. Maple IDE is used to calculate these variables, the Galois group and the sum of the orbit under \mathcal{M} (meta-cyclic group) of any monomial and reduces it by the Grobnerbase J . In addition, some constructions in the code are explained to enhance the understanding. Finally, we describe and explicit the formula deduced from preceding sections. One wants to solve an *irreducible* $f = x^5 + px^3 + qx^2 + rx + s$. It is soluble by radicals if a certain polynomial R has a root i_4 in \mathcal{Q} , which may be tested by any factorization algorithm. Then, the roots of f are written in terms of i_4, p, q, r, s . Some variables related to i_4 are written in terms of i_4 . After that, with more variable assumptions and by combining the equations of these variables we get the final formulas of the root x_0 and the other roots in terms of some of the previously mentioned variables. Also, Maple IDE is used to calculate these variables and roots for the ease of the calculations.

References

- [1] <https://tutorial.math.lamar.edu/classes/alg/polynomials.aspx> visited in 3/2/2022.
- [2] Lazard D. Solving Quintics by Radicals. The Legacy of Niels Henrik Abel. Springer, 2004, p. 207–225.
- [3] Golubinski J. Grobner Basis: Degree Bound and Generic Ideals. Capaverde, August, 2014.

[4] https://oeis.org/wiki/Cubic_formula visited in 25/2/2022.

[5] https://amsi.org.au/ESA_Senior_Years/SeniorTopic2/2a/2a_2content_5.html visited in 23/2/2022.

[6] <https://www.infona.pl/resource/bwmeta1.element.elsevier-d0cc82c4-7944-3839-886d-9aee65d59032> visited in 3/2/2022.

CONJECTURES IN PRIME NUMBERS

Yazan Muhannad ALYousef

12th, National Center for the Distinguished, Lattakia, Syria

Scientific Advisor: Tishreen University, Assistant Professor

Yamar Hamwi

This research aims to construct a logical building or a function that generates the prime numbers by some simple algorithms and theories. As step one, it focuses on solving two main problems suggested at the Cambridge International Congress by Landau in 1912. He characterized them in his speech as «unattackable at the present state of science». These problems were the following:

- (1) Are there infinitely many primes of the form $n^2 + 1$?
- (2) The binary Goldbach conjecture that every even number exceeding 2 can be written as the sum of two primes.
- (3) The twin prime conjecture.
- (4) Does there always exist at least one prime between neighbouring squares?

All these problems are still open. In the present work, a survey will be given of partial results in Problems (1)–(3) with special emphasis on the recent properties of primes.

This research discusses some cases to prove others. In addition, it has some suggested ways or directions should take to catch the exact formula of prime numbers using for example differential equations, complex numbers and number theory. In general, in this paper there are a lot of proposed methods in proving and a proposed sequence for the prime numbers.

References:

[1] Smooth solutions to the abc equation: the xyz Conjecture // Journal de Theorie des Nombres de Bordeaux. 2009.

[2] Draut A. A proof of the twin prime conjecture. viXra, Mathematics, 1 September 2020.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ГРАФОВ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ НА НАХОЖДЕНИЕ МИНИМАЛЬНОГО РАССТОЯНИЯ

Бурьяк Валерия Игоревна, Васильева Алеся Леонидовна

11 класс, Государственное учреждение образования

«Гимназия № 5г. Барановичи»,

г. Барановичи, Республика Беларусь

Научный руководитель: учитель математики ГУО «Гимназия № 5

г. Барановичи» Маргарита Васильевна Щерба

Чтобы жизнь приносила удовольствие всем членам общества, необходимо максимально автоматизировать труд, развивать в человеке творческое и логическое мышление, способность анализировать. Умение мыслить нестандартно позволяет делать открытия, доказывать утверждения, находить оптимальные варианты решений.

Актуальность исследования состоит в том, что на сегодняшний день теория графов является одним из главных методов решения задач с широким спектром проблем.

Графом в математике называется конечная совокупность точек, называемых вершинами, некоторые из которых соединены друг с другом линиями, называемыми рёбрами графа.

Теория графов применяется в таких областях, как физика, химия, проектирование вычислительных машин, электротехника, машиностроение, архитектура, генетика, психология, социология, экономика и лингвистика. Графы используются также, например, в строительстве (при планировании проведения работ), в логистике (при нахождении вариантов развозки товаров по магазинам), в сфере дизайна и в других хозяйственных целях. В обыденной жизни человек, сам того не осознавая, сталкивается с теорией графов:

- при построении маршрутов;
- при решении задач повышенной сложности на олимпиадах;
- в материалах учебников по географии, химии, физике;
- при изучении карт полета самолетов, схем движения поездов или автобусов и т.д.

Объектом исследования является теория графов. *Предмет исследования:* треугольник, квадрат, правильный пятиугольник.

Цель данной работы заключается в применении теории графов при нахождении минимального возможного расстояния между вершинами геометрических фигур и дальнейшего практического применения, например, при прокладывании

маршрутов. Для достижения поставленной цели были сформулированы следующие задачи:

- 1) сделать возможным применение теории графов при нахождении минимального расстояния между вершинами геометрических фигур;
- 2) определить и описать алгоритм применения теории графов при нахождении кратчайшей сети расстояний между вершинами квадрата.

Теоретическая значимость данной работы заключается в том, что внесён вклад в нахождение способа определения минимального расстояния на основе теории графов.

Практическая значимость данной работы предоставляет возможность использования полученных результатов при изучении тем математики и информатики.

Авторами решена практическая задача на составление расписания уроков, также рассмотрены задачи повышенной сложности по теме исследования.

ЕЩЁ О НЕРАВЕНСТВЕ ЭРМИТА–АДАМАРА ДЛЯ MN-ВЫПУКЛЫХ ФУНКЦИЙ

Калинчук Валерия Валерьевна

*11 класс, ГУО «Средняя школа № 8 г. Кобрин»,
г. Кобрин, Республика Беларусь*

Научный руководитель: преподаватель АНО ДПО «Научно-исследовательский и образовательный центр “ДжетБрейнс”»

Сергей Михайлович Горский

Цель работы: для $K_{\lambda, \varphi}, K_{\lambda, \psi}$ -выпуклых функций вывести новую оценку интеграла и обобщить выбранные уточнения неравенства Эрмита-Адамара.

Описание работы:

- приведена теория, являющаяся основой работы;
- представлены примеры использования неравенств, геометрическая интерпретация;
- представлены доказанные автором теоремы и процесс их доказательства.

Итоги исследования:

- приведены и доказаны новая оценка интеграла для $K_{\lambda, \varphi}, K_{\lambda, \psi}$ -выпуклых функций, лемма для субаддитивных функций;

- обобщены неравенства Эль-Фарисси и Шимича для $K_{\lambda,\varphi} K_{\lambda,\psi}$ -выпуклых функций.

Список использованных источников

- [1] Мурашко В.И., Горский С.М., Сандрыгайло Я.И. $K_{\lambda,\varphi} K_{\lambda,\psi}$ -выпуклые функции и обобщение классических неравенств// Проблемы физики, математики и техники, 2018, № 4(37), с. 98–102.
- [2] El Farissi A. Simple proof and refinement of Hermite-Hadamard inequality// J. Math. Inequal, 2010, v. 4 (3), p. 365–369.
- [3] Simic S. Further improvements of Hermite–Hadamard integral inequality// Keaguevac journal of mathematics, 2019, v. 43(2), p. 259–265.

НОВЫЙ АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ПРОБЛЕМЕ ИЗОМОРФИЗМА ГРАФОВ

Калистратов Даниил Евгеньевич

9 класс, МАОУ Лицей № 38,

г. Нижний Новгород, Россия

Научный руководитель: ведущий научный сотрудник НИУ ВШЭ в Нижнем Новгороде, профессор Дмитрий Сергеевич Малышев

Цель исследования — разработка принципиально нового полиномиального метода решения задачи определения изоморфности графов. Разрабатываемый метод призван позволить численно решать любые востребованные (включая научные исследования) примеры данной задачи и работать быстрее, чем какие-либо другие известные алгоритмы [1–5].

Изоморфизм графов 1 и 2 — это биекция между множествами вершин и рёбер данных графов, при которой две вершины в графе 1 смежны тогда и только тогда, когда они смежны в графе 2, а рёбра в графе 1 имеют общую вершину тогда и только тогда, когда они имеют общую вершину в графе 2.

Практическая значимость работы заключается в том, что задача об изоморфизме графов является весьма интересной переборной задачей, имеющей многообразные значимые применения во многих естественных науках — химии, физике, биологии. В практической деятельности необходимость определения изоморфности или неизоморфности графов возникает при решении задач в математической (компьютерной) химии, при проектировании электронных схем (различных представлений электронной схемы), оптимизации компьютерных программ [1], при сравнении сюжетов произведений в литературоведении.

Разработан принципиально новый алгоритм для определения изоморфности графов. Введены понятия элементного спектра и элементного мультиспектра матрицы как множества и мультимножества значений её элементов соответственно, а также понятие замены элементного спектра на случайный. Создан новый тип преобразования квадратной матрицы, понимаемого как подвергание систем строк и столбцов матрицы одной и той же перестановке. Выполнена практическая проверка предложенного алгоритма для решения переборной задачи на репрезентативной выборке тестовых примеров и подтверждена работоспособность алгоритма. В случае создания программы, реализующей данный алгоритм, процесс установления изоморфизма графов будет занимать намного меньше времени, чем у существующих аналогов.

Список использованных источников

- [1] Карелин В.П. Задача распознавания изоморфизма графов. Прикладное значение и подходы к решению // Вестник Таганрогского института управления и экономики, 2015, № 1, с. 102–106.
- [2] Курапов С.В., Давидовский М.В. Вычислительные методы определения инвариантов графа // InternationalJournalofOpenInformationTechnologies, 2021, vol. 9, № 2, p. 1–8.
- [3] Опубликован быстрый алгоритм для задачи изоморфизма графов. URL: <https://m.habr.com/ru/post/273231/> (дата обращения: 05.05.2021).
- [4] Погожев С.В., Хитров Г.М. О проблеме изоморфизма графов и об одном матричном алгоритме ее решения // Вестник СПбГУ, серия 10, 2008, вып. 4, с. 80–83.
- [5] Погребной В.К. Решение задачи определения изоморфизма графов, представленных атрибутными матрицами // Известия Томского политехнического университета, 2012, т. 321, № 5, с. 52–56.

ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗОПЕРИМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Кычкина Алина Леонидовна

11 класс, МБНОУ «Октемский НОЦ»,

с. Чапаево, Республика Саха (Якутия), Россия

Научный руководитель: учитель математики МБНОУ «Октемский лицей»

Иннокентий Семенович Неустроев

Изопериметрическая задача состоит в нахождении фигуры, имеющей наибольшую площадь среди всех фигур с одним и тем же периметром.

Поскольку у подобных фигур площади пропорциональны квадратам периметров, у всех них одинакова величина S/p^2 — *изопериметрическое*

частное. У фигур, представляющих решение изопериметрической задачи, эта величина должна быть наибольшей. Например, для равностороннего треугольника она равна

$$\frac{S}{P^2} = \frac{\sqrt{3}}{36} \approx 0,0481.$$

Аналогично находим эту величину для всевозможных многоугольников и в конце концов приходим к кругу, который и является решением изопериметрической задачи.

Выводы:

- при одинаковом числе сторон и равных периметрах, площадь правильного многоугольника больше, чем неправильного;
- из двух правильных многоугольников с равными периметрами больше площадь того, у которого больше сторон;
- у фигур с одинаковым периметром наибольшую площадь имеет фигура с большим изопериметрическим частным;
- круг будет решением изопериметрической задачи.

Кроме того, рассмотрены различные задачи на оптимизацию прикладного характера и изучены методы их решения.

Список использованных источников

- [1] Беляева Э.С., Монахов В.М. Экстремальные задачи. М.: Просвещение, 1997.
- [2] Виленкин Н.Л. Функции в природе и технике. М.: Просвещение, 1978.
- [3] Возняк Г.М., Гусев В.А. Прикладные задачи на экстремумы. М.: Просвещение, 1985.
- [4] Перельман Я.И. Занимательная алгебра. М.: АО “Столетие”, 1994.
- [5] Коксетер Г.С.М. Введение в геометрию. М.: Наука, 1966.

ФИНАНСОВЫЙ ЛИКБЕЗ О ПУТЕШЕСТВИИ КРАЙНИЙ СЕВЕР — АЛТАЙСКИЙ КРАЙ

Ловыгина Арина Алексеевна

8 класс, объединение «Математический марафон»,
Муниципальное бюджетное образовательное учреждение
дополнительного образования «Центр естественных наук»
г. Тарко-Сале Пуровского района, Россия

Научный руководитель: педагог дополнительного образования
МБОУ ДО «ЦЕН», Евгения Сергеевна Савченко

Город Тарко-Сале расположен вблизи городов Новый Уренгой, Ноябрьск и Сургут. Наличие аэропортов в этих городах, позволяет пользоваться авиатранспортом в поездках к месту отдыха. Железнодорожная станция в соседнем посёлке Пуровск обеспечивает возможность осуществлять поездки на поездах. Также популярным способом передвижения до мест отдыха является автомобиль. Территориальная отдалённость вызывает значительные финансовые затраты на поездку семьи из нескольких человек.

Актуальность и практическая значимость работы: финансовый аспект затрагивает практически все сферы жизнедеятельности современного человека. Финансовая грамотность даёт возможность управлять своим финансами. Приведённые в работе расчеты могут быть полезны при формировании семейного бюджета и планировании затрат [1].

Цель работы — определение наиболее выгодного с финансовой точки зрения маршрута и вида транспорта для семьи из 4 человек с целью проезда к месту отдыха с территории Крайнего Севера.

В работе использовались такие *методы*, как социальный опрос, анализ доступных данных о предполагаемых поездках, экспериментальные вычисления, определяющие оптимальный маршрут, обобщение полученной информации. При изучении материалов по теме, мы познакомились с математическими задачами, с помощью которых можно произвести вычисления, рассчитать наиболее выгодный маршрут. Нами был проведен социальный опрос с целью выявления наиболее предпочтительного вида транспорта для поездок в отпуск жителями Пуровского района. Расчёты финансовых затрат на транспортные расходы проводились на примере данных семьи, состоящей из 4-х человек: место отправления г. Тарко-Сале, место отдыха — с. Пospelиха, Алтайский край, для видов транспорта — автомобиль, поезд, самолет. После проведения расчетов были оценены расходы и получаемая выгода. [2]

По результатам исследовательской работы можно сделать такие *выводы*:

- 1) большинство семей (60%) предпочитают ездить в отпуск на личном легковом транспорте, второй по популярности (30%) вид транспорта — авиационный, остальные (10%) выбирают железнодорожный транспорт;
- 2) для семьи, состоящей из 4-х человек экономически выгоднее для поездки в отпуск использовать личный автомобиль.

Список использованных источников.

[1] Липсиц И., Вигдорчик Е. Финансовая грамотность: материалы для учащихся. 8–9 классы общеобразоват. орг. М.: ВАКО, 2018.

[2] Сборник математических задач «Основы финансовой грамотности». В 3-х томах. Т. 2. Для 5–9-х классов / составители: Н.П. Моторо, Н.В. Новожилова, М.М. Шалашова. М., 2019.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПРИ РЕШЕНИИ РАЗЛИЧНЫХ ЗАДАЧ

Малаха Дмитрий Николаевич

10 класс, Государственное бюджетное образовательное учреждение Самарской области «Лицей № 57 (Базовая школа РАН)», г. Тольятти, Россия

Научные руководители: учитель математики ГБОУ СО «Лицей № 57 (Базовая школа РАН)» Елена Ивановна Кирдянова, заведующий кафедрой «Математика и информатика» Поволжский православный институт имени Святителя Алексия Московского, к. п. н., доцент Елена Васильевна Бахусова

В последнее время область применения математических методов значительно расширилась — они проникают в биологию, географию, физику, экономику и другие науки. Целью исследования является анализ точности некоторых математических методов, которые мы применяли при решении физической, экономической и социально-биологической задач.

Нами были выбраны: метод скользящей средней, метод экспоненциального сглаживания и медиана [1]. Учитывая объём анализируемой информации, для расчетов использовался MS Excel. В результате были решены задачи — дан прогноз физического, социально-биологического и экономического показателей тремя способами.

Следующий этап исследования — оценка точности прогнозов и выбор наиболее точного метода. Для этого рассчитали погрешность (ошибку) — отклонение прогноза от фактического значения. Были рассчитаны: абсолютная ошибка, относительная ошибка, средняя относительная ошибка, коэффициент

сходимости, коэффициент расхождения [2]. Полученные значения были охарактеризованы по принципу: 1 балл — наиболее точный метод, 2 балла — точный, 3 балла — наименее точный (таблица 1). Просуммировав каждый из трех столбцов, получили: скользящее среднее — 18 баллов, экспоненциальное сглаживание — 16 баллов, медиана — 26 баллов. Суммарное значение может быть от 10 баллов (лучший вариант) до 30 баллов (худший вариант).

Таблица 1

Комплексный анализ точности математических методов

Показатели точности		Скользящее среднее	Экспоненциальное сглаживание	Медиана
Абсолютная ошибка	Физическая задача	2	3	1
	Экономическая задача	1	2	3
	Социально-биологическая задача	2	1	3
Относительная ошибка	Физическая задача	2	3	1
	Экономическая задача	1	2	3
	Социально-биологическая задача	2	1	3
Сумма модулей относительных отклонений		2	1	3
Средняя относительная ошибка		2	1	3
Коэффициент сходимости		2	1	3
Коэффициент расхождения		2	1	3
Итого		18	16	26

Таким образом, по результатам нашего исследования наиболее точный математический метод — экспоненциальное сглаживание.

Список использованных источников

[1] Dynamic rows [Internet resource] // «The encyclopedia of an economist» site — Link: <http://www.grandars.ru/student/statistika/ryady-dinamiki.html>.

[2] Estimation of model accuracy [Internet resource] // «Studopedia» site — Link: https://studopedia.su/11_48512_otsenka-tochnosti-modeli.html.

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДРОБНО-ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ В ДРОБНО-РАЦИОНАЛЬНЫЕ

Маршиитов Жоламан Ануарбекович

*11 класс, филиал «Назарбаев Интеллектуальная школа химико-биологического направления г. Павлодар», автономная организация образования «Назарбаев Интеллектуальные школы»,
Республика Казахстан*

Научные руководители: учитель математики

Анна Владимировна Проскокова,

профессор доктор физико-математических наук ПГПУ

Додожон Исмоилович Исмоилов

Дробно-иррациональные и рациональные выражения служат важнейшими базовыми понятиями математики. В работе описан процесс нахождения методов преобразования дробно-иррациональных выражений в дробно-рациональные с использованием тождества Исмоилова.

Представлен новый способ преобразования дробно-рациональных выражений в дробно-рациональные. Приводятся примеры.

Список использованных источников

[1] Исмоилов Д.И., Даниярова Ж.К. Фундаментальные разделы математики: учебное пособие. Павлодар: ПГПУ, 2019.

[2] Гусев В.А., Мордкович А.Г. Математика: Справ. материалы: Кн. для учащихся. 2-е изд. М.: Просвещение, 1990.

КАК РАЗВИТЬ У УЧАЩИХСЯ НАВЫКИ КРИТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА С ПОМОЩЬЮ МЕТОДОВ ПРОБЛЕМНОГО ОБУЧЕНИЯ В ОНЛАЙН-ОБУЧЕНИИ

учитель-эксперт математики **Маршиитов Жоламан Ануарбекович**,
учитель-модератор математики **Бисмельдинова Бибигуль Муратовна**
НИШ ФМН, г. Нур-Султан, Республика Казахстан

Последние несколько лет на уроках математики нами внедрялась адаптивная модель, представляющая синтез 3 методик: проблемного обучения, критического мышления и разноуровневого обучения.

Исследования в действии показывают, что критически рефлексивное обучение, основанное на проблемном обучении, даёт учащимся возможность оценить усвоенные концепции и применить их на практике. Качественные, аналитические навыки исследования и обратная связь учащихся подпитывают процесс обучения, что приводит к более высокому уровню их критически рефлексивного мышления.

По результатам учебных достижений учащихся, которые 6 лет обучались по данной системе с 7 по 12 классы, можно отметить эффективность созданной модели. Учащиеся показали сформированность навыков высокого порядка, таких как анализ, синтез, критически рефлексивное мышление, исследовательские навыки. По окончании 10 класса учащиеся, успешно сдав внешний экзамен, решили углубить знания по математике и выбрали расширенную, углублённую программу. В 11–12 классах они легко усваивали материал, несмотря на сложность курса, требующего высоких мыслительных навыков. После полученных результатов нами было принято решение внедрить данный опыт для вновь прибывших 7 классов, но в новой среде — в онлайн-обучении.

С начала учебного года было выявлено, что учащиеся 7 классов затрудняются при решении задач практического содержания на исследование и анализ. «Под математической задачей с практическим содержанием (задачей прикладного характера) мы понимаем задачу, фабула которой раскрывает приложения математики в смежных учебных дисциплинах, знакомит с её использованием в организации, технологии и экономике современного производства, в сфере обслуживания, в быту, при выполнении трудовых операций» [1, с. 5]. При анализе ситуации, сложившейся в обучении, возник вопрос, как внедрить в проблемное обучение задачи практического содержания и использовать методы критического мышления в онлайн-обучении с помощью интерактивных заданий и ресурсов.

Таким образом, ставились *задачи*:

- 1) использовать проблемные ситуации и учебные проблемы;
- 2) применять методы критического мышления с использованием онлайн-платформ и веб-ресурсов для создания интерактивных обучающих материалов;
- 3) внедрять задачи практического содержания как «сквозные» задачи в обучении курса математики 7 класса.

Проблемой в среде онлайн-обучения является отсутствие личного общения и диалога в реальном времени. В традиционном классе учебное сообщество создаётся за счёт естественной социализации учащихся и разработки заданий, в которых учащиеся работают в группах. Критическое мышление стимулируется, когда учитель задаёт открытые вопросы, наводящие на размышления, при которых учащемуся необходимо задействовать свои навыки аналитического мышления и применить полученные знания к проблеме. Поскольку учащиеся на онлайн-платформах работают независимо, через среду компьютерных технологий, учителю нужно придумать способ для поощрения взаимодействия между учащимися, аналогичного групповому обучению при очном обучении, создать упражнения для реализации проблемного обучения и развития критического мышления, в которых были бы усилены концепции курса математики, но которые также могли быть понятны учащимся.

В четвертой четверти в течение нескольких недель учащиеся обучались офлайн. Анализ опроса учащихся показал, что учащиеся более уверенно чувствуют себя в офлайн-обучении. По мнению учащихся, минусов онлайн обучения оказалось больше, чем плюсов.

Таблица 3

Плюсы онлайн-обучения	Минусы онлайн-обучения
<ol style="list-style-type: none">1. Использование различных ресурсов для поиска информации.2. Обратная связь от учителя.3. Интересные онлайн платформы и веб-ресурсы.	<ol style="list-style-type: none">1. Отвлекают посторонние шумы и внешние тревожные факторы.2. Трудности в геометрических задачах на построение.3. Технические сбои мешают усвоению материала.4. Онлайн-обучение наносит вред здоровью, особенно зрению.

Учащиеся отметили, что во время онлайн-обучения им понравились и заполнились проблемные и углублённые задачи, задачи по готовым чертежам и с практическим содержанием

Таблица 4



Рефлексия и анализ уроков показали, что задачи с практическим содержанием, представленные в проблемной ситуации, повышают познавательную активность у учащихся при дистанционном обучении. Использование методов критического мышления на онлайн платформах и веб-ресурсах делают онлайн обучение более увлекательным. С. Геллерштейн отмечал, что формирование высокого уровня учебных достижений (анализа, синтеза, сравнительной оценки) и применение на практике новой информации может быть достигнуто в новых условиях и в незнакомых для учащихся ситуациях. Онлайн-обучение становится более эффективным благодаря использованию различных и удобных инструментов, таких как презентации, графические калькуляторы, симуляторы, онлайн конструкторы, интерактивные видео, чат, показ экрана, онлайн-доски и возможность многократно пересматривать урок. Онлайн-инструменты помогают наблюдать за успехами каждого ученика.

Рефлексия уроков с коллегами показала, что на них учащиеся достигают 3 важных результатов:

- формируют навыки критического анализа, аналитического мышления;
- развивают логическое, критическое и абстрактное мышление;
- повышают познавательную активность и интерес к математике.

Следовательно, задания практического содержания, направленные на исследование и проблемные задания, развивают у учащихся мышление высокого порядка, формируют глубокие и фундаментальные знания, позволяют творчески использовать знания в практической деятельности, а также дают мотивацию к достижению успеха.

Список использованных источников.

[1] Шапиро И.М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики: Книга для учителя. М.: Просвещение, 1990.

[2] Пилипец Л.В., Клименко Е.В., Буслова Н.С. Проблемное обучение: от Сократа до формирования компетенций // Фундаментальные исследования, 2014, № 5–4, с. 860–864;

[3] https://www.researchgate.net/publication/323484920_Problem_Based_Learning_in_Mathematics_Education_and_Its_Effect_on_Student's_Critical_Thinking

[4] <https://didaktica.ru/osnovnye-napravleniya-sovremennogo-obucheniya/176-problemnoe-obuchenie.html>

[5] Жан Пиаже: теория, эксперименты, дискуссии// Сб.статей под ред.Л.Ф. Обуховой, Г.В. Бурменской.М.:Гардарики, 2001.