**Интернет-олимпиада СУНЦ МГУ для 7-8 классов 2022, 3 тур**

Предпочтительная форма оформления работы – создание одного файла с решениями всех заданий, которые вы выполните (в том числе можно создать один файл из рукописных сканов работ). В этом случае за работу **начисляется один дополнительный балл**. Если, дополнительно, все решения, включая формулы, таблицы и другие необходимые для иллюстрации решения элементы, были набраны в текстовом редакторе (процессоре), то **начисляется еще один балл**.

Каждое задание само по себе вне зависимости от способа оформления оценивается из 6 баллов. В том числе **баллы снимаются за недостаточную строгость** обоснования даже при наличии правильного ответа. В некоторых задачах в качестве обоснования можно использовать текст компьютерной программы.

1. Запись числа *N* в некоторой позиционной системе счисления выглядит следующим образом: 555*X*. Известно, что если поделить это число на сумму его цифр, взятых из записи числа в системе счисления с основанием *X*, то результат будет равен 6110. Как определить основание системы счисления *X*? Определите его.

2. Найдите такое натуральное число A, чтобы приведённое ниже логическое условие было верно для любых значений натурального числа X. Если таких чисел несколько – укажите наименьшее.

*Если Х кратно А, то для делимости Х на 98 достаточно, чтобы Х при делении на 28 давал остаток 0*.

В качестве ответа вам необходимо указать наименьшее значение параметра А и способ его получения.

3. Какое максимальное трехзначное число может быть выведено в результате выполнения этого алгоритма? Ответ обоснуйте.



Примечание: A//B означает операцию целочисленного деления A на B.

4. Никита должен был решить задачу на подсчёт количества путей в графе, но при перерисовке графа он неверно перерисовал одно из ребер. Найдите ошибку в изображении графа, исправьте её и подсчитайте количество путей, ведущих из вершины А в вершину Я.

В ответе запишите количество путей из вершины А в вершину Я. Затем опишите исправление, которое необходимо внести в граф, чтобы задача имела решение. Ответ обоснуйте.



5. При археологических раскопках был найден зашифрованный текст на русском языке “абдг дадбд адбдггр”. Помогите археологам его расшифровать. Ответ обоснуйте.

**Ответы и решения**

1. Ответ: 13

2. Сначала необходимо формализовать это высказывание. «Если А то Б» = импликация А⇒Б, «для А достаточно Б»= «Б достаточно для А» = импликация Б=>А. Значит, выражение формализуется в формулу:

Далее преобразуем его:

Далее возможны варианты. Можно преобразовать выражение к виду . Отсюда следует: НОК(28, А) : 98. 98 =2·72, 28 = 22·7 => A:72 => Amin = 72 = 49.

Другой вариант – определить, когда выражение зависит от А: случай , тогда . Т.е. получается, что если X кратно 28, но не кратно 98, то и на А оно не делится. Значит, «плохой» X делится на любой делитель 28, но есть делители 98, на которые X не делится (и тогда Х не делится на А). Значит, А должно быть наименьшим делителем числа 98, который не является делителем 28.

* 28 кратно: 1,2,4,7,14,28;
* 98 кратно: 1,2,7,14,49,98.

Наименьшее подходящее число – 49.

***Решение программное***: вместо «любых Х» достаточно перебирать значения в диапазоне от 0 до 98\*28=292 (вообще-то, достаточно лишь до НОК(98, 28) = 196). Далее перебор А от 0 до ответа, для каждого – проверка выполнения условия для «всех» Х.

3. Ответ: 720

4. В этом графе есть три цикла: ВДЖ, ВЕЖ и ВЕИЖ. У них есть одно общее ребро В⭠Ж. Минимальная правка графа – изменить направление этого ребра, более крупная – удалить это ребро.

На рисунке числами указаны значения (кол-ва путей из А), которые будут одинаковы (если ВЖ перевернуть или удалить). Разными будут только Ж и Я:

Если перевернуть – тогда Ж=2+1+3+5=11 и Я=1+5+11=17;

Если удалить – тогда Ж=2+3+5=10 и Я=1+5+10=16.

5. Ответ: “Клон около колонны”. Используется шифр Цезаря, надо перебрать величину циклического сдвига алфавита.