

1 Введение

Банковский бизнес — сложное дело. Банк имеет свои контракты: активы и пассивы. В общем случае для банка активом является кредит, пассивом — депозит. Банк должен обеспечивать свою платёжеспособность, в случае непредвиденных обстоятельств в виде изменений процентных ставок или невыплаты клиентом кредита. Для этого Банк России (центральный банк) устанавливает минимальный собственный капитал, который должен иметь банк. Капитал должен быть не меньше доли от активов банка с учетом процентных рисков (RWA). Банку выгодно иметь более низкий капитал, и поэтому они стараются рассчитывать наименьший RWA. Для этого необходимо разделить активы и пассивы банка на группы неттирования так, чтобы RWA в таком случае было наименьшим из возможных.

2 Случай А

В данном случае длительность всех сделок меньше 1 месяца. Ставки же никак не ограничены.

Утверждение 1: Для данных контрактов при любом их разбиении на группы неттирования модуль разности получившихся активов и пассивов есть константа.

Доказательство: Пусть есть общая сумма активов A , общая сумма пассивов P , при неком разделении на группы неттирования. Пусть без ограничений общности есть отдельный пассив X , который можно объединить в группу неттирования с одним из активов. Тогда, если не неттировать пассив X , то модуль разности $m_1 = |A - (P + X)|$.

Соответственно, если объединить в группу неттирования с активом

$$m_2 = |(A - X) - P| = |A - (P + X)| = m_1 \text{ (что и требовалось).}$$

Утверждение 2: При объединении контрактов в группы неттирования RWA не станет больше, чем если не объединять.

Доказательство:

1. Модуль разности активов и пассивов — константа для данных контрактов и не зависит от деления на группы неттирования (утверждение 1). Значит, важна только сумма получившихся активов и пассивов.
2. Пусть без ограничений общности контракт, который не вошел в группу неттирования — актив. Тогда сама группа может быть и активом, и пассивом.

3. Пусть группа — актив. Тогда при включении контракта в группу она останется активом, а общая сумма всех активов и пассивов не изменится.
4. Если же группа — пассив, тогда при включении контракта общая сумма номиналов активов и пассивов уменьшится: ранее в общей сумме была сумма номинала контракта и номинала группы, а при объединении будет модуль разности номинала контракта и номинала группы (чтд).

Задача может быть решена разными алгоритмами.

2.1 Алгоритм перебора всех вариантов

Один из очевидных, но не оптимальных по времени алгоритмов — алгоритм перебора всех возможных вариантов разделения контрактов на группы неттирования. Опишем алгоритм как рекурсивную функцию, которая принимает на вход массив контрактов C , массив номеров групп для каждого элемента G и номер элемента i_0 , начиная с которого запускаемая итерация рекурсии должна обрабатывать элементы. На каждой итерации рекурсии будем перебирать индекс элемента i от начала массива до i_0 . Для каждого i $G[i_0] = G[i]$, если возможно, а при $i = i_0$ контракт i_0 не принадлежит ни одной существующей группе неттирования и создает новую, пока состоящую из одного элемента. Далее при таком разбиении на группы запускается рекурсия от $C, G, i_0 + 1$. Когда все элементы были добавлены в группы неттирования, начинается подсчет RWA. Группы неттирования, состоящие из одного элемента, не считаются таковыми, и такие контракты являются не неттированными активами и пассивами при подсчете RWA. В памяти хранится наиболее минимальное по RWA разделение на группы и каждый раз сравнивается с новым разделением. Этот алгоритм не был реализован, так как время его работы очень большое. Асимптотика этого алгоритма — $\mathcal{O}((n^2)!)$.

2.2 Динамический метод

Контракты вначале сортируются по величине ставки по неубыванию. Массив подсчета динамики содержит в себе минимальное разделение на группы неттирования для отрезка контрактов i, j . База такой динамики - отрезок i, i делится на группы неттирования однозначно.

Поделим все контракты на подгруппы: идём по каждому элементу, и если разность по ставке следующего контракта и данного $\geq 0,15\%$, то он относится к следующему контракту, иначе он относится к данной подгруппе, иначе он начинает следующую подгруппу. Для каждой подгруппы выполняется следующее:

- Переход на более длинный отрезок в динамике осуществляется при подсчете всех предыдущих более коротких отрезков. При добавлении контракта в отрезок подсчитывается минимальное по RWA разделение на группы неттирования. Перебираются подотрезки контрактов и для каждого подотрезка смотрится разделение на группы неттирования и добавленный контракт пробуем объединить с ними в одну группу, если он может. После перебора таких вариантов разбиения выбирается то разбиение на группы, которое имеет наименьший RWA и записывается в $dp[i, j]$, где i — номер контракт начала отрезка, а j — номер контракта, добавляемого в отрезок, то есть конец нового отрезка.

Если в каждой подгруппе будет найдено минимальное разбиение, то и для всех контрактов такая совокупность разделений будет минимальна по RWA, так как в силу сортировки эти подгруппы не могут пересекаться. Асимптотика этого алгоритма — $\mathcal{O}(n^4)$.

2.3 Жадный алгоритм с уменьшением суммы номинала

Первым делом отсортируем массивы всех контрактов, отдельно активов и отдельно пассивов по возрастанию номиналов сделок. Далее пройдемся по массиву всех контрактов, начиная с того, у которого наибольший номинал, и определим, что это: актив или пассив. Без ограничений общности допустим, что договор с наибольшим номиналом - актив. Тогда пройдем по массиву пассивов, начиная с того, у которого наибольший номинал, и будем проверять, можем ли мы объединить в одну группу неттирования данный пассив и актив. Если мы нашли такой пассив P , при котором такое объединение возможно, тогда мы заменяем актив на другой актив, номиналом которого является разность номиналов и пассива P . Ставку же в данном алгоритме мы храним, как максимальное и минимальное значения в группе неттирования.

Соответственно, в самом начале и максимальное, и минимальное значения равны одному и тому же числу, полученному из начальных данных, а, когда один элемент неттируется с другим, то меняются значения у того, который в итоге остается (в

описанном ранее примере изменятся минимальная и максимальная ставки у актива). Если мы прошли все пассивы и ни один не смогли объединить с активом , тогда мы выбираем следующий контракт в отсортированном массиве, который содержит и активы и пассивы, и проводим для него аналогичную операцию, то есть: если выбрали актив, то проходим по массиву пассивов, если пассив, то, соответственно, по массиву активов. Если же мы не смогли найти ни одну пару договоров, которые можно объединить, то процесс неттирования завершился. Если же мы нашли пару элементов, и объединили их, тогда запускаем алгоритм заново(сортируем массивы, берем первый и так далее). Таким образом, получается, что все контракты в таком алгоритме являются группами неттирования, и, соответственно, до самого первого обхода, все группы состоят из одного элемента. После алгоритма отстаются только контракты, которые уже нельзя объединить, и у них мы считаем RWA. Разбиение же на группы можно восстановить, если запоминать те пары контрактов, которые мы объединяли, а после строить граф, вершинами которого являются контракты, а ребра, будут обозначать, что два контракта были неттированы. Тогда группами неттирования будут являться компоненты связности, и определив их, мы получим ответ.

3 Случай Б

В случае Б срок погашения может быть любым в пределах трех месяцев, не в пределах одного месяца. Ставки также, как и в случае А не имеют ограничений.

3.1 Жадный алгоритм с уменьшением номинала

В данном алгоритме меняется только одно условие — условие объединения элементов в группу.

4 Результаты

Жадный алгоритм с уменьшением суммы номинала был написан и протестирован на примерах, предложенных Сбербанком, где алгоритм получил такое же RWA. В итоге на данных Сбербанка, алгоритм получил:

В случае А $RWA \approx 4,85305 \cdot 10^8$ рублей.

В случае Б $RWA \approx 1,04909 \cdot 10^9$ рублей.

Динамический метод был написан и запущен для случая А с результатами:

Список литературы

[1] <https://center-yf.ru/data/Buhgalteru/Aktiviy-i-passivy-banka.php>

[2] https://en.wikipedia.org/wiki/Risk-weighted_asset