# Лекция 4

# Сила упругости. Сила трения. Законы Кеплера. Закон всемирного тяготения. Вес. Первая космическая скорость.

## Сила упругости

Изменение размеров, объема или формы тела называют **деформацией тела**. Различают четыре основных вида деформации: *растяжения – сжатия* (например, пружины или резинового жгута); *сдвига* (куб деформируют в параллелепипед, оставляя одну грань неподвижной); *кручения* (один конец резинового жгута держат неподвижно, а второй поворачивают вокруг оси жгута на некоторый угол) и *изгиба* (например, пластинки).

Опыт показывает, что при любой деформации (не настолько большой, чтобы приводить к разрушению тела) *возникает сила, которая препятствует этой деформации и стремится вернуть тело в то состояние, в котором оно было до деформации*. Эта сила называется **силой упругости.** Возникновение сил упругости обусловлено зависимостью сил взаимодействия молекул тела друг с другом от расстояния между ними.

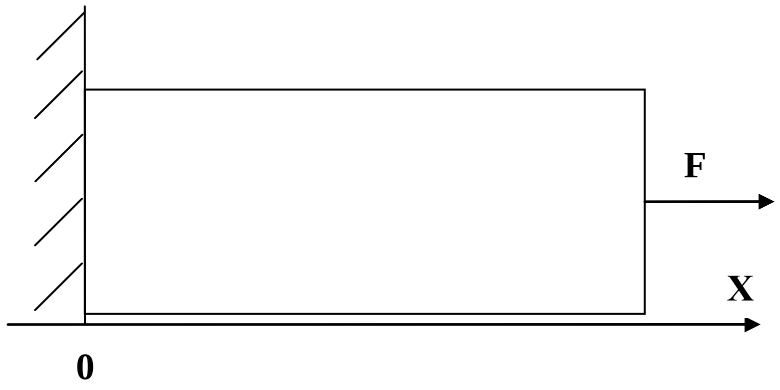
Для твердых тел различают два предельных случая деформации: упругие и пластические. Если после прекращения внешнего воздействия тело полностью восстанавливает свою форму и размеры, то **деформация называется упругой**. При упругой деформации существует однозначная связь между величиной деформации и вызывающей её силой. Для **пластических деформаций** характерно, что тело остается деформированным, хотя бы частично, и после прекращения действия внешних сил, что приводит к неоднозначной зависимости сил упругости от величины деформации, они начинают зависеть от того, что было с телом раньше.

*При* ***малых*** *упругих деформациях величина деформации пропорциональна вызывающей ее силе.* Это утверждение справедливо для любых видов упругой деформации и носит название **закона Гука** по имени английского ученого Роберта Гука, который опубликовал его в 1660 году, т.е. почти за 30 лет до первой публикации трех законов Ньютона, заложивших основу классической механики.

Рассмотрим, например, лежащий на гладком горизонтальном столе прямой стержень длиной $L_0$, левый конец которого прикреплен к неподвижной вертикальной стенке и, следовательно, неподвижен. Заметим, что ***гладкость стола означает, что стержень и стол взаимодействуют между собой только силами, направленными перпендикулярно поверхности стола***. Направим ось *OX вдоль стержня в направлении от стенки к правому концу стержня* и выберем начало отсчета на стенке. Пусть на свободный правый конец стержня действует сила ***F***, направленная вдоль стержня. Тогда по закону Гука, записанному в проекции на ось *OX*:

$$F_x = k\,(x - L_0) = k\,\Delta x, \quad (3)$$

где $x$ – координата свободного конца стержня после завершения процесса его деформации под

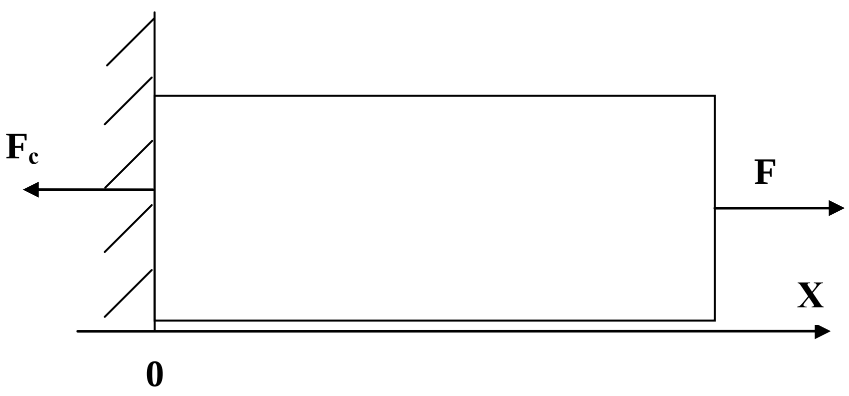



действием силы ***F***, а $\Delta x = x - L_0$ – соответствующее изменение длины стержня. Заметим, что в нашей геометрии, если сила ***F*** направлена вправо ($F_x > 0$), то стержень растягивается ($x > L_0$), а если сила направлена влево ($F_x < 0$), то стержень сжимается ($x < L_0$). Подчеркнем, что в левой части формулы (3) стоит сила, действующая на стержень со стороны некоторого тела (на рисунке это тело не указано). Эта сила стремиться стержень деформировать. По третьему закону Ньютона стержень будет действовать на это тело с равной по величине и противоположной по направлению силой, которая и называется *силой упругости*:

$$F_{упр,x} = -F_x = -k\,(x - L_0) = -k\,\Delta x. \quad (3а)$$

Величину $k$ в формулах (3), (3а) называют **коэффициентом жесткости** (или коэффициентом упругости) данного стержня. Коэффициент жесткости зависит как от упругих свойств материала, так и от размеров стержня. Эта зависимость будет обсуждена ниже. Формулы аналогичные (3), (3а) можно записать и для пружины. Если же стержень заменить нитью, то формулы (3), (3а) будут справедливы только для случая растяжения ($F_x > 0$, $x > L_0$), поскольку нить сжать нельзя.

В рассматриваемом примере стержень прикреплен к стене. Это, в частности, означает, что




стена и стержень могут между собой взаимодействовать. Найдем силу $\boldsymbol{F_c}$, с которой стена действует на стержень после завершения *процесса* деформации стержня (т.е. когда части стержня перестают перемещаться друг относительно друга). Для этого воспользуемся вторым законом Ньютона. Это можно сделать, т.к. ускорения всех частей стержня будут одинаковыми (равными нулю). В результате в проекции на ось *OX* получим $F_{c,x} + F_x = 0$.

Откуда следует, что стенка действует на стержень с силой, составляющая которой вдоль стержня равна по величине и противоположна по направлению силе $\boldsymbol{F}$. По третьему закону Ньютона стержень будет действовать на стенку с равной по величине и противоположной по направлению силой упругости.

Заметим, что если в произвольном месте $S$ стержень мысленно разрезать поперек на две части, то силу упругости, с которой одна получившаяся часть стержня будет действовать на другую её часть, часто называют ***силой натяжения*** ($T$) стержня в сечении $S$. Горизонтальную составляющую силы натяжения легко найти, записав второй закон Ньютона в проекции на ось $OX$ не для всего стержня, а, например, для его правой части. Тогда мы получим, что $T_x + F_x = 0$, где $T_x$ – проекция на ось $OX$ силы упругости, действующей со стороны левой части стержня на его правую часть. Откуда имеем, что *в нашем случае величина* силы натяжения стержня $T$ равна величине силы $F$ ($T = F$) и не зависит от положения сечения $S$.

Согласно закону Гука при деформации кручения цилиндрического стержня или проволоки угол закручивания $\Delta\varphi$ пропорционален вращающему моменту сил $M$:

$$M = f\,\Delta\varphi, \qquad (4)$$

где $f$ – **модуль кручения**.

Коэффициенты $k$ и $f$ зависят как от упругих свойств материала, так и от размеров деформируемых тел. Однако, можно ввести **постоянные, характеризующие только упругие свойства материала** и не зависящие от размеров тела. Для **изотропного** вещества, т.е. вещества, упругие свойства которого не зависят от направления деформации, существует две независимые характеристики упругих свойств – **модуль Юнга** и **коэффициент Пуассона**. Проще всего их ввести на примере деформации растяжения однородного стержня.

Допустим, что сила $F$ растягивает однородный стержень длиной $L$ и площадью поперечного сечения $S$ на величину $\Delta L$, тогда в силу (3)

$$F = k_{L,S}\,\Delta L, \qquad k_{L,S} = F/\Delta L,$$

где $k_{L,S}$ – коэффициент жесткости стержня длиной $L$ и площадью поперечного сечения $S$. Приложим теперь ту же силу $F$ к сделанному из того же материала стержню того же поперечного сечения, но длиной $2L$. После того, как процесс деформирования стержня завершится, любая часть этого стержня будет действовать на оставшуюся часть с силой $F$ (см. выше). Но это относится и к частям стержня, имевшим первоначальную длину $L$. Следовательно, длина каждой из них увеличится на $\Delta L$, а длина стержня в целом – на $2\Delta L$. Отсюда жесткость стержня длиной $2L$ и площадью поперечного сечения $S$ оказывается в 2 раза меньше, чем у стержня длиной $L$: $k_{2L,S} = F/(2\Delta L) = \frac{1}{2}k_{L,S}$. Таким образом, коэффициент жесткости стержня обратно пропорционален его длине:

$$k_{L,S} \sim 1/L.$$

Вернемся к исходному стержню длиной $L$ и площадью поперечного сечения $S$. Мысленно разделим его на два одинаковых стержня длиной $L$ и площадью поперечного сечения $S/2$, на каждый из которых действует сила $F/2$. Так как удлинение каждой из половинок стержня по-прежнему равно $\Delta L$, то $k_{L,S/2} = (F/2)/\Delta L = (1/2)\ k_{L,S}$. Таким образом, коэффициент жесткости стержня пропорционален площади его поперечного сечения:

$$k_{L,S} \sim S.$$

Объединяя оба полученных результата получаем, что *коэффициент жесткости стержня обратно пропорционален его длине и прямо пропорционален площади его поперечного сечения*. Коэффициент пропорциональности зависит только от материала, из которого сделан стержень (больше ему зависеть не от чего) и называется модулем Юнга $E$ материала стержня:

$$k = E\ S/L.$$

Этот результат имеет простой физический смысл: более короткий и толстый стержень растянуть на определенную длину труднее, чем более длинный и тонкий. Подставляя последнее соотношение в закон Гука для стержня, получим:

$$F = k\Delta L = ES\Delta L/L \quad \text{или} \quad (F/S) = E(\Delta L/L).$$

Величина $F/S$, численно равная упругой силе, приходящейся на единицу площади сечения тела, называется *механическим напряжением или просто напряжением* $\sigma$, а отношение $\Delta L/L$ – относительным удлинением. Т.е. ***модуль Юнга является коэффициентом пропорциональности между напряжением стержня и его относительным удлинением***:

$$\sigma = E(\Delta L/L).$$

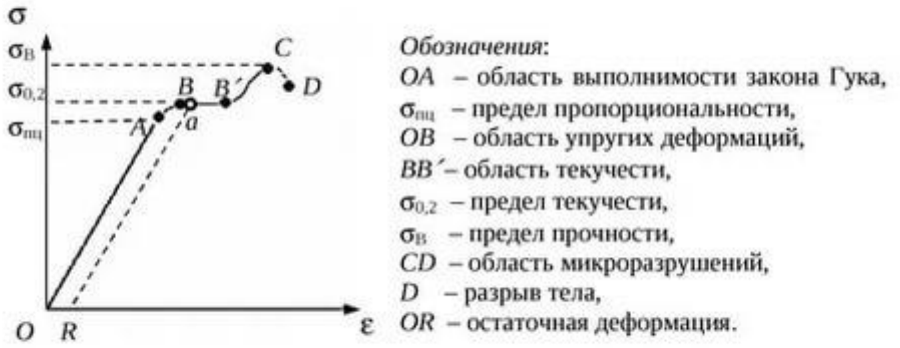
Опыт показывает, что при растяжении стержня его поперечные размеры также изменяются. Пусть $a_0$ – толщина стержня до деформации, $a$ – после деформации (за толщину можно принять для круглого стержня его диаметр, для прямоугольного – одну из сторон его основания и т.д.). Величина $( - \Delta a/a_0)$, где $\Delta a = a - a_0$ называется *относительным поперечным сужением стержня*. Эта величина положительна, если стержень становится тоньше, и отрицательна при его утолщении.

**Определение**. *Отношение относительного поперечного сужения стержня к его относительному продольному удлинению называется коэффициентом Пуассона:* $\mu = ( - \Delta a/a_0) : (\Delta L/L)$.

Рассуждая аналогично тому, как это было сделано при введении модуля Юнга, можно показать, что коэффициент Пуассона зависит только от материала стержня и не зависит от его размеров.

В эксперименте растяжение образца обычно всегда сопровождается его сужением. Это означает, что для большинства известных веществ коэффициент Пуассона положителен. Кроме того, можно показать, что случай $\mu > ½$ соответствовал бы увеличению объема тела при его всестороннем сжатии, что физически не реально.

Рассмотрим типичный график зависимости напряжения $\sigma$ от относительного растяжения $\varepsilon = \Delta L / L$ твердого тела (диаграмму растяжения твердого тела). Для малых деформаций справедлив закон Гука (участок *OA* графика). Напряжение $\sigma_{пц}$ (точка *A*), при котором




нарушается пропорциональность между напряжением и деформацией, называется **пределом пропорциональности**. При напряжениях больших либо равных **пределу текучести** $\sigma_{0,2}$ в теле возникают *пластические* деформации, сопровождающиеся необратимой перестройкой его кристаллической решетки. Как уже говорилось выше, после таких деформаций тело остаётся деформированным хотя бы частично и после прекращения действия внешних сил. В результате зависимость $\sigma$ от ε становится неоднозначной, и её ход зависит от предыстории. На рисунке это условно изображено наклонным пунктиром. В области текучести деформация тела возрастает без увеличения действующей силы (горизонтальный участок *BB'*, тело как бы растекается). **Пределом прочности** (точка *C*) называется напряжение, соответствующее наибольшей нагрузке, выдерживаемой телом перед полным разрушением.

## Реакция связи. Сила сухого трения

Как уже говорилось при изучении кинематики, *связями в механике* называются любые опоры и подвесы (нити, спицы, поверхности и т.п.), которые накладывают ограничения на движения тел. Силу, действующую на тело со стороны связи, обычно называют **силой реакции связи или просто силой реакции**. Силу реакции $\boldsymbol{R}$ часто бывает удобно разложить на две взаимно перпендикулярные составляющие:

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{N} + \boldsymbol{F}_{тр}.$$

Составляющая $\boldsymbol{N}$, перпендикулярная к поверхности соприкосновения тела и связи, называется **силой нормальной реакции**. Это есть не что иное, как сила упругости, действующая на тело со стороны связи, которая возникает из-за деформации последней.

Составляющая $\boldsymbol{F}_{\text{тр}}$, направленная вдоль поверхности соприкосновения тела и связи, называется силой сухого трения. Возникновение силы сухого трения обусловлено образованием (и последующим разрывом) молекулярных связей в зонах микроконтактов атомов соприкасающихся тел, а также деформацией различных микроскопических выступов и шероховатостей на поверхности этих тел.

Различают **силу трения покоя** (когда нет взаимного проскальзывания трущихся поверхностей) и **силу трения скольжения** (когда такое проскальзывание есть).

**Действующая на тело со стороны связи сила трения покоя имеет то значение и направление, которое необходимо для предотвращения проскальзывания тела относительно связи** (иначе эта сила уже не будет силой трения покоя). Можно также сказать, **что действующая на тело сила трения покоя направлена против возможного (если бы силы трения не было) движения тела относительно связи**. Сила трения покоя, однако, не может стать больше некоторой предельной величины $F_{max}$, т.е.

$$F_{тр.пок} \leq F_{max}$$

Опыт показывает, что максимально возможная величина силы трения покоя пропорциональна силе нормальной реакции $N$:

$$F_{max} = \mu_{пок} N$$

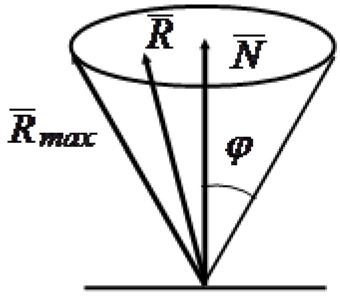
Константа $\mu_{пок}$ называется коэффициентом трения покоя данной пары тел и зависит как от материалов, из которых сделаны тела, так и от характера обработки их поверхностей, а также их температуры.

При наличии относительного движения двух соприкасающихся тел на каждое из них действует сила трения скольжения. **Сила трения скольжения, действующая на тело, направлена в сторону, противоположную его скорости относительно связи**. Как правило, величина силы трения скольжения немного меньше наибольшей силы трения покоя и, вообще говоря, зависит от скорости. Однако, **обычно** этим пренебрегают и **считают силу трения скольжения постоянной и равной максимальной силе трения покоя**:

$$F_{тр} = F_{max} = \mu N, \quad \mu = \mu_{пок}.$$

Заметим, что, как показывает опыт, сила трения не зависит от площади контакта трущихся тел.

Напомним, что сила нормальной реакции $\boldsymbol{N}$ и сила трения $\boldsymbol{F}_{\text{тр}}$ являются взаимно перпендикулярными составляющими силы реакции $\boldsymbol{R}$. Ясно, что при наличии трения сила реакции может отклоняться от нормали к поверхности соприкосновения тел на некоторый угол α, зависящий, в частности, от других действующих на тела сил. Чем больше возникающая сила трения (при постоянной силе $N$), тем больше и величина этого угла. Поскольку




$F_{тр}$ не может превышать своего предельного значения $F_{max}$, то ограниченной оказывается и возможная величина угла α. Максимальный угол, который сила реакции может образовать с нормалью к поверхности соприкосновения тел, иногда называют «углом трения» $\varphi$. Очевидно:

$$tg\,\varphi = F_{max}/N = \mu$$

Отсюда, в частности, следует, что, если тело движется относительно связи, то, как бы при этом не менялась величина силы нормальной реакции $N$, полная сила реакции $\boldsymbol{R}$ составляет с нормалью постоянный угол $\varphi = arctg\,\mu$.

При движении твердого тела в жидкости или газе тоже возникает сила, направленная противоположно относительной скорости тела $\boldsymbol{V}$. Её называют **силой сопротивления**. Однако, во-первых, в жидкости и газе нет аналога силы трения покоя. Во-вторых, сила сопротивления очень сильно зависит от величины относительной скорости тела в жидкости или газе. При небольших скоростях $V$ сила сопротивления пропорциональна относительной скорости тела, а при больших скоростях она зависит от скорости уже квадратично:

$$\boldsymbol{F}_{\text{сопр}} = -\,k_1\boldsymbol{V} - k_2V\boldsymbol{V},$$

где положительные коэффициенты $k_1$ и $k_2$ зависят от формы и размеров тела (прежде всего поперечных к направлению скорости тела относительно жидкости или газа), а также от вязкости среды.

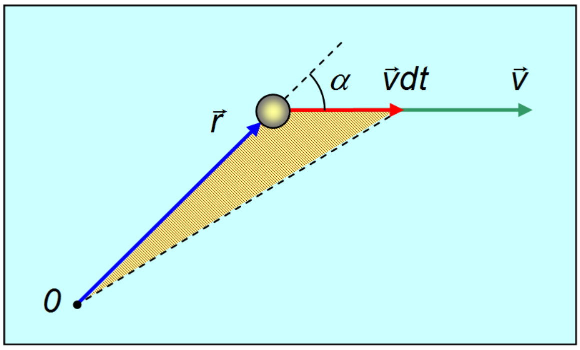
## Законы Кеплера. Закон всемирного тяготения

В результате обработки многолетних наблюдений датского астронома Тихо Браге (1546 – 1601) Иоган Кеплер (1571 – 1630) эмпирически установил три закона движения планет Солнечной системы.

**Первый закон Кеплера.** Траектории, по которым движутся планеты, являются плоскими и представляют собой эллипсы, в одном из фокусов которых находится Солнце.

**Второй закон Кеплера.** Взятый относительно Солнца радиус – вектор планеты заметает за *любые* равные промежутки времени равные площади.

Отношение площади $dS$, заметаемой радиусом – вектором частицы за некоторый малый промежуток времени $dt$, к этому промежутку времени обычно называют **секториальной скоростью**. Поэтому можно сказать, что согласно второму закону Кеплера каждая планета Солнечной системы движется с постоянной секториальной скоростью. Заметим также, что за малое время $dt$ радиус – вектор заметает площадь $dS$ приблизительно равную площади треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{r}$ и $\boldsymbol{V}dt$ (см. рисунок), т.е.:




$$dS = ½\, rVdt \sin\alpha,$$

где α – угол между радиусом – вектором частицы и её скоростью, направленной, как известно, по касательной к траектории. Поэтому второй закон Кеплера можно записать в виде:

$$rV \sin\alpha = const.$$

**Третий закон Кеплера.** Для всех планет Солнечной системы отношение квадрата периода обращения к кубу большой полуоси эллиптической орбиты имеет одно и то же значение:

$$(T_1)^2/(a_1)^3 = (T_2)^2/(a_2)^3.$$

Первые два закона были опубликованы Кеплером в 1609 году, а последний – в 1619 году. Вполне возможно, что именно анализ законов Кеплера привел Ньютона к открытию закона всемирного тяготения, который был опубликован Ньютоном одновременно с основными законами механики в 1687 году. Рассмотрим этот вопрос подробнее. Орбиты большинства планет мало отличаются от круговых. Для простоты будем считать их точно круговыми. Согласно второму закону Кеплера $rV \sin\alpha = const$, где α – угол между радиус – вектором частицы и её скоростью, направленной, как известно, по касательной к траектории. Поскольку для круговой орбиты $\alpha = 90° = const$ и $r = const$, то движение планеты по круговой траектории происходит с постоянной по величине скоростью. С другой стороны, движущаяся по окружности с постоянной скоростью планета имеет только центростремительное ускорение:

$$a_n = \omega^2 r = 4\pi^2 r/T^2,$$

и, следовательно, согласно II закону Ньютона, на планету должна действовать сила, направленная к центру окружности, т.е. к Солнцу:

$$F = ma_n = 4m\pi^2 r/T^2 = Am/r^2,$$

где величина $A = 4\pi^2 r^3/T^2$ согласно III закону Кеплера одинакова для всех планет Солнечной системы. Нетрудно понять, что источником такой силы может быть только само Солнце. Но Солнце и планета выступают в их взаимодействии как равноправные тела. Они отличаются друг от друга только массами. И поскольку сила притяжения пропорциональна массе планеты, то она должна быть пропорциональна и массе Солнца М, т.е.

$$F = GMm/r^2,$$

где $G = A/M$ – коэффициент пропорциональности одинаковый для всех планет Солнечной системы. Ньютон назвал силы взаимодействия между Солнцем и планетами гравитационными и предположил, что такие же силы действуют между любыми двумя телами.

**Закон всемирного тяготения**: любые два материальных тела притягиваются друг к другу вследствие гравитационного взаимодействия между ними. Причём две материальные точки взаимодействуют между собой с силами, пропорциональными произведению их масс и обратно пропорциональными квадрату расстояния между ними. Эти силы являются силами притяжения и направлены вдоль прямой, соединяющей материальные точки. Т.е.

$$\boldsymbol{F}_{12} = Gm_1m_2\boldsymbol{r}_{12}/(r_{12})^3,$$

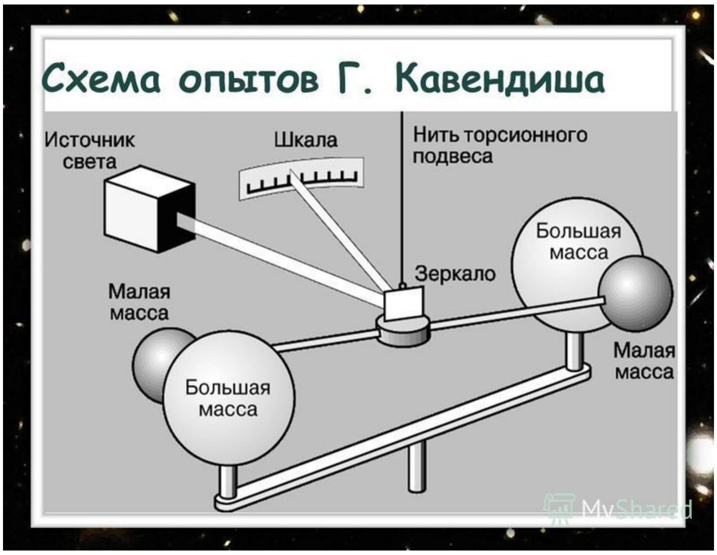
где $\boldsymbol{F}_{12}$ – вектор гравитационной силы, действующей на первое тело со стороны второго, $\boldsymbol{r}_{12}$ – радиус – вектор, соединяющий первую частицу со второй.

**Следствие** (будет доказано позже). *Два шара со сферически симметричным распределением масс притягиваются друг к другу, таким образом, как если бы их массы были сосредоточены в центрах шаров*. Это же относится и к силе взаимодействия сферически симметричного тела с материальной точкой. Например, Земли с самолётом.

Коэффициент пропорциональности $G$ называют **гравитационной постоянной**. Она является одной из основных физических констант.

Подчеркнём, что одно из основных утверждений закона всемирного тяготения состоит в том, что сила гравитационного взаимодействия тел пропорциональна их **инертным** массам, характеризующим инертные свойства тел. Но инертность и способность к гравитационным взаимодействиям представляют собой совершенно разные свойства и их количественные меры могли бы быть разными. В этом случае потребовалось бы вводить наряду с инертной массой ещё и гравитационную. Совпадение, а точнее пропорциональность инертной и гравитационной масс в рамках механики Ньютона не имеет под собой теоретического обоснования. Это просто экспериментальный факт, установленный на данный момент с очень высокой степенью точности. Первое его экспериментальное подтверждение (не догадываясь об этом) получил Галилей, когда обнаружил, что все тела вблизи Земли падают с одинаковым ускорением. В дальнейшем равенство инертной и гравитационной масс неоднократно подтверждалось в опытах ученых разных эпох – от Ньютона до Брагинского и Панова, которые довели относительную погрешность измерений до $10^{-12}$.

Остановимся теперь коротко на вопросе об экспериментальном определении гравитационной постоянной *G*. Ясно, что для её измерения необходимо иметь возможность независимо измерить массы взаимодействующих тел, и, следовательно, *G* не может быть определена из астрономических наблюдений. Необходимы опыты, проводимые в лабораторных условиях. Такой опыт впервые был выполнен английским физиком Генри Кавендишем в 1798 году с помощью крутильных весов, к концам коромысла которых были прикреплены небольшие свинцовые шары. На небольшом расстоянии от них неподвижно закреплялись большие тяжелые шары. Массы всех шаров были известны. Под действием сил притяжения малых шаров к большим коромысло немного поворачивалось, закручивая нить подвеса. Измеряя угол поворота коромысла и зная модуль кручения *f* нити, можно рассчитать силу гравитационного взаимодействия между шарами в равновесном положении. В своих опытах Кавендиш получил значение *G*, всего на 1% отличающееся от принятого в настоящее время:




$$G = 6{,}67\ 10^{-11}\ \text{м}^3/(\text{кг с}^2).$$

## Ускорение свободного падения

Обозначим массу Земли – *M*, её радиус – *R*, массу рассматриваемого тела – *m*, а расстояние от тела до поверхности Земли *h*. Тогда, если считать Землю шаром со сферически симметричным распределением массы, то согласно следствию из закона всемирного тяготения гравитационная сила, действующая на тело со стороны Земли будет равна:

$$F_{\text{гр}} = GMm/(R+h)^2 \qquad (5)$$

и направлена к центру Земли. На самом деле земной шар немного сплюснут у полюсов и распределение масс в нем не совсем сферически симметричное. Поэтому формула (5) является приближенной. Однако, если при расчетах использовать так называемый средний радиус Земли R = 6370 км, то отклонения обусловленные указанными выше факторами составят не более 0,2%.

Если на тело действует только сила тяготения Земли (5), то говорят, что тело совершает *свободное падение* на Землю. Ускорение, с которым тело совершает свободное падение, называют *ускорением свободного падения*. Его можно найти из (5), применив II закон Ньютона:

$$g_{гр} = F_{гр}/m = GM/(R+h)^2 \qquad (6)$$

Из (6) видно, что ускорение свободного падения не зависит от массы тела. Как уже говорилось, этот факт впервые был обнаружен опытным путем Галилеем и связан с пропорциональностью гравитационной и инертной масс всех тел.

Следует, однако, подчеркнуть, что строго говоря, формула (6), как и второй закон Ньютона, с помощью которого она была получена, справедливы только, когда свободное падение рассматривается относительно инерциальной системы отсчета. Суточное вращение Земли приводит к тому, что ускорение свободного падения, измеренное относительно тел, закреплённых на Земле, отличается от ускорения свободного падения, измеренного в инерциальной системе отсчета. При малых скоростях движения тела относительно Земли, это объясняется существованием в неинерциальной системе отсчета, связанной с поверхностью Земли, центробежной силы инерции $\boldsymbol{F}_{цб}$, направленной от оси вращения Земли ($F_{цб} = mr(\omega_з)^2$, где $m$ – масса тела, $r$ – его расстояние от земной оси, $\omega_з$ – угловая скорость суточного вращения Земли). При больших скоростях движения тела во вращающейся системе отсчета необходимо также учитывать силу Кориолиса.

**Определение.** Геометрическая сумма силы гравитационного притяжения Земли и центробежной силы инерции, учитывающей влияние суточного вращения Земли, называется силой тяжести, действующей на тело вблизи земной поверхности (аналогично определяется понятие силы тяжести на других небесных телах).

Из II закона Ньютона, записанного в неинерциальной системе отсчета, связанной с земной поверхностью, следует, что сила тяжести вблизи любой точки около земной поверхности равна $m\boldsymbol{g}$, где $\boldsymbol{g}$ – ускорение свободного падения в данной точке, измеренное относительно поверхности Земли при малых скоростях движения тела.

На тела, движущиеся относительно поверхности Земли в неинерциальной системе отсчета, связанной с Землей, кроме силы тяжести, действует еще сила Кориолиса. Однако, в силу её малости, как правило, её влиянием пренебрегают. Кроме того, в земных условиях величина силы инерции также очень мала по сравнению с силой гравитационного притяжения Земли. Поэтому сила тяжести мало отличается от силы гравитационного притяжения Земли, как по величине, так и по направлению. Наибольший вклад в величину силы тяжести сила инерции дает на экваторе, но и там связанное с ней изменение ускорения свободного падения составляет лишь 0,034 м/с$^2$. Суммарное влияние несферичности Земли и её суточного вращения приводит к тому, что ускорение свободного падения, измеренное относительно поверхности Земли у полюсов и на экваторе отличается лишь на 0,5% ($g_{полюса}$ = 9,83 м/с$^2$, $g_{экв}$ = 9,78 м/с$^2$). Поэтому обычно влиянием этих факторов пренебрегают, и ускорение свободного падения вычисляют по формуле (6). Эта формула при $h$=0 и среднем значении радиуса Земли $R$ = 6370 км дает $g$ = 9,81 м/с$^2$. Более того, при расчетах часто полагают g = 10 м/с$^2$ .

Заметим также, что сила тяжести и ускорение свободного падения изменяются при удалении от поверхности Земли. Так при подъеме на высоту $h$ = 300 км ускорение свободного падения, вычисляемое по формуле (6), уменьшается на 1 м/с$^2$. При этом вклад центробежной силы инерции наоборот слегка возрастает из-за увеличения радиуса, однако все равно остается очень малым. С другой стороны, учитывая, что радиус Земли $R$ = 6370 км, очевидно, имеем, что при высотах над Землей не только в несколько десятков или сотен метров, но даже несколько километров, а также при перемещении вдоль поверхности Земли на такие же расстояния, сила тяжести может считаться постоянной, не зависящей от положения тела. Именно поэтому свободное падение тел вблизи Земли можно считать движением с постоянным вектором ускорения.

## Вес тела. Невесомость.

**Вес тела** – *это сила, с которой тело действует на опору или подвес*. Напомним, что сила, с которой любая связь (опора, подвес и т.п.) действует на тело, называется силой реакции связи. Таким образом, вес тела и реакция связи согласно третьему закону Ньютона всегда равны, противоположны по направлению и направлены вдоль одной прямой.

Рассмотрим, например, тело, подвешенное к пружине, один конец которой закреплен. На тело действует направленная вниз сила тяжести $\boldsymbol{F}_{т} = m\boldsymbol{g}$ и сила упругости пружины $\boldsymbol{F}_{упр}$. Если тело неподвижно относительно пружины (не совершает колебаний на пружине), то оно неподвижно и относительно Земли, и, следовательно, по II закону Ньютона:

$$\boldsymbol{F}_{упр} = -\boldsymbol{F}_{т}.$$

С другой стороны, по III закону Ньютона тело также действует на пружину с силой $\boldsymbol{P}$, называемой весом тела. Причём:

$$\boldsymbol{P} = -\boldsymbol{F}_{упр} = \boldsymbol{F}_{т}.$$

То есть в рассмотренном случае вес тела и приложенная к нему сила тяжести равны. Но это **разные силы**: они приложены к разным телам (вес тела – к пружине, сила тяжести – к телу) и имеют разную природу (вес тела – сила упругости, сила тяжести – сумма гравитационной силы и силы инерции).

Допустим теперь, что закрепленный конец пружины освободили, предоставив пружине и грузу свободно падать. Рассмотрим опять ситуацию, когда тело неподвижно относительно пружины, т.е. его возможные колебания закончились. Это означает, что тело и все части пружины падают с одинаковым ускорением. Запишем для них II закон Ньютона:

$$m\boldsymbol{a} = m\boldsymbol{g} + \boldsymbol{F}_{\text{упр}}, \quad m_{\text{пр}}\boldsymbol{a} = m_{\text{пр}}\boldsymbol{g} + \boldsymbol{P}.$$

Но по III закону Ньютона $\boldsymbol{P} = -\boldsymbol{F}_{\text{упр}}$. Решая получившуюся систему уравнений, получаем, что

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{g}, \quad \boldsymbol{P} = \boldsymbol{F}_{\text{упр}} = 0.$$

Таким образом, *при свободном падении тела вместе с подвесом или опорой его вес равен нулю*. Груз, как говорят, становится **невесомым**.

В рассмотренном примере невесомость является следствием свойства силы тяжести сообщать всем телам одинаковые ускорения. Однако это свойство выполняется лишь в области пространства, размеры которой много меньше радиуса Земли.

Подчеркнём, что в зависимости от движения тела вес тела может быть любым. Пусть, например, прикрепленное к пружинке тело движется с ускорением $\boldsymbol{a}_0$. Тогда по II закону Ньютона

$$m\boldsymbol{a}_0 = m\boldsymbol{g} + \boldsymbol{F}_{\text{упр}}, \text{ т.е. } \boldsymbol{F}_{\text{упр}} = m\,(\boldsymbol{a}_0 - \boldsymbol{g}).$$

Но по III закону Ньютона вес тела $\boldsymbol{P} = -\boldsymbol{F}_{\text{упр}}$, поэтому в рассматриваемом случае

$$\boldsymbol{P} = m\,(\boldsymbol{g} - \boldsymbol{a}_0).$$

Следовательно, если тело движется с ускорением, направленным противоположно ускорению свободного падения, то его вес больше веса покоящегося тела. Однако, увеличение веса тела может происходить и при других направлениях ускорения тела $\boldsymbol{a}_0$.

**Определение.** Увеличение веса тела, вызванное его ускоренным движением, называется *перегрузкой*.

### Искусственные спутники Земли. Первая космическая скорость.

Нетрудно понять, что в приближении сферически симметричного распределения массы Земли движение тел под действием только силы тяготения Земли полностью аналогично движению планет Солнечной системы под действием силы гравитационного притяжения Солнца. Поэтому движение тел в окрестности Земли под действием только её притяжения, с хорошей точностью подчиняется законам Кеплера. В частности, траектории движения таких тел относительно поступательно движущейся системы отсчета, связанной с центром Земли, представляют собой эллипсы (или участки эллипсов, если тела падают на поверхность Земли). Причём в одном из фокусов этих эллипсов находится центр Земли. Кроме того, движение таких тел относительно указанной системы отсчета происходит с постоянной секториальной скоростью.

Если тело, движется под действием только притяжения Земли, не покидая её окрестностей и не сталкиваясь с ней, то его называют **спутником Земли**. Если такое тело имеет искусственное происхождение, то его называют **искусственным спутником Земли**.

Рассмотрим в качестве примера движение спутника массой $m$ по круговой траектории на высоте $h$ от поверхности Земли. Такое движение будет, очевидно, равномерным (нет тангенциальной составляющей силы) с центростремительным ускорением $a_n = V^2/(R + h)$, где $R$ – радиус Земли, $V$ – скорость спутника. Это ускорение спутнику сообщает сила тяготения Земли, модуль которой $F = GMm/(R+h)^2$, где $M$ – масса Земли. По второму закону Ньютона $a_n = F/m$, т.е.

$$V^2/(R + h) = GM/(R+h)^2. \text{ Откуда } V = (GM/(R+h))^{1/2}. \qquad (7)$$

Верно и обратное: если телу на высоте h от поверхности Земли сообщить скорость (7), то оно будет двигаться по окружности вокруг Земли, т.е. станет искусственным спутником Земли.

**Определение.** *Первой космической скоростью* $V_I$ называется та минимальная скорость, которую надо сообщить телу для превращения его в спутник Земли, обращающийся по низкой круговой орбите.

Из (7), очевидно, что

$$V_I = (GM/R)^{1/2} = (g_0R)^{1/2} \approx 8 \text{ км/с}, \qquad (8)$$

где $g_0 = GM/R^2$ – ускорение свободного падения у поверхности Земли.